Тренажёр ОГЭ 2027 года по математике
Задание 24. «Геометрическая задача на доказательство»

При выполнении заданий используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Треугольники (задания 1–9)

1 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1. Докажите, что углы CC_1A_1 и CAA_1 равны.

2 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1. Докажите, что углы BB_1A_1 и BAA_1 равны.

3 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1. Докажите, что углы AA_1C_1 и ACC_1 равны.

4 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1. Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.

5 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что углы CC_1B_1 и CBB_1 равны.

6 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.

7 В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1. Докажите, что треугольники A_1BC_1 и ABC подобны.

8 В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

9 В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1. Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

Параллелограмм (задания 10–27)

10 Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что DK — биссектриса угла ADC.

11 Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка M — середина стороны AD. Докажите, что BM — биссектриса угла ABC.

12 Сторона CD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC. Точка N — середина стороны CD. Докажите, что BN — биссектриса угла ABC.

13 Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD. Точка L — середина стороны AB. Докажите, что DL — биссектриса угла ADC.

14 Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC. Точка L — середина стороны AB. Докажите, что CL — биссектриса угла BCD.

15 Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD. Точка M — середина стороны AD. Докажите, что CM — биссектриса угла BCD.

16 Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

17 Сторона CD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD. Точка N — середина стороны CD. Докажите, что AN — биссектриса угла BAD.

18 Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне AD. Докажите, что M — середина AD.

19 Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке N, лежащей на стороне CD. Докажите, что N — середина CD.

20 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K, лежащей на стороне BC. Докажите, что K — середина BC.

21 Биссектрисы углов C и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке L, лежащей на стороне AB. Докажите, что L — середина AB.

22 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.

23 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что отрезки CL и AN равны.

25 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.

26 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

27 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F. Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

Трапеция (задания 28–44)

28 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

29 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 45, $BD = 15$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

30 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 9 и 36, $BD = 18$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

31 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 6 и 24, $BD = 12$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

32 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

33 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 2 и 32, $BD = 8$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

34 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 8 и 32, $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

35 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 7 и 28, $BD = 14$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

36 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4,5 и 18, $BD = 9$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

37 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

38 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке P. Докажите, что площади треугольников APB и CPD равны.

39 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

40 Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

41 Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

42 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F. Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

43 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K. Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.

44 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.

Четырёхугольники и окружности (задания 45–60)

45 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CDB и CAB равны. Докажите, что углы BCA и BDA также равны.

46 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

47 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы DAC и DBC равны. Докажите, что углы CDB и CAB также равны.

48 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABD и ACD равны. Докажите, что углы DAC и DBC также равны.

49 Биссектрисы углов B и C четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O, лежащей на стороне AD. Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

50 Биссектрисы углов A и B четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD. Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB, BC и AD.

51 Биссектрисы углов A и D четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне BC. Докажите, что точка M равноудалена от прямых AB, AD и CD.

52 Биссектрисы углов C и D четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P, лежащей на стороне AB. Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC, CD и AD.

53 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K. Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

54 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M. Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

55 Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.

56 Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D, причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD. Докажите, что прямые CD и EF перпендикулярны.

57 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B, причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB. Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

58 Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L, причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL. Докажите, что прямые PQ и KL перпендикулярны.

59 Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $a : b$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $a : b$.

60 Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m : n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m : n$.