Задание 24
тренировочные варианты
основного государственного экзамена 2027 года
по МАТЕМАТИКЕ

Задание 24 — геометрическая задача на доказательство. Запишите доказательство на БЛАНКЕ ОТВЕТОВ № 2: сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение. Пишите чётко и разборчиво.

Вариант 1

24 Точка N — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$, а $NC = ND$. Докажите, что параллелограмм $ABCD$ является прямоугольником.

Вариант 2

24 Точка N — середина стороны BC ромба $ABCD$, а $AN = DN$. Докажите, что ромб $ABCD$ является квадратом.

Вариант 3

24 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K. Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна сумме площадей треугольников ABK и CKD.

Вариант 4

24 На средней линии трапеции $KLMN$ с основаниями KN и LM выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников KLE и MEN равна сумме площадей треугольников LEM и KEN.

Вариант 5

24 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке F, лежащей на стороне BC. Докажите, что F — середина BC.

Вариант 6

24 Биссектрисы углов C и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке S, лежащей на стороне AB. Докажите, что S — середина AB.

Вариант 7

24 Окружности с центрами в точках O и Q не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Диаметры этих окружностей относятся как $m : n$. Докажите, что внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m : n$.

Вариант 8

24 Окружности с центрами в точках O и Q не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Диаметры этих окружностей относятся как $k : l$. Докажите, что внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $k : l$.

Вариант 9

24 Сторона LM параллелограмма $KLMN$ вдвое больше стороны KL. Точка P — середина стороны KN. Докажите, что LP — биссектриса угла KLM.

Вариант 10

24 Сторона KL параллелограмма $KLMN$ вдвое больше стороны KN. Точка T — середина стороны KL. Докажите, что NT — биссектриса угла KNM.

Вариант 11

24 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников ABE и CED равна половине площади параллелограмма.

Вариант 12

24 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку N. Докажите, что сумма площадей треугольников ABN и CND равна сумме площадей треугольников BNC и AND.

Вариант 13

24 Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$, а $EC = ED$. Докажите, что трапеция $ABCD$ прямоугольная.

Вариант 14

24 Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$, а $AK = BK$. Докажите, что трапеция $ABCD$ прямоугольная.

Вариант 15

24 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH и BK. Докажите, что углы AHK и ABK равны.

Вариант 16

24 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH и CF. Докажите, что углы CFH и CAH равны.

Вариант 17

24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $KLMN$ проведена прямая, пересекающая стороны KL и MN в точках A и B соответственно. Докажите, что отрезки AL и BN равны.

Вариант 18

24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $KLMN$ проведена прямая, пересекающая стороны LM и KN в точках A и B соответственно. Докажите, что отрезки AM и BK равны.

Вариант 19

24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BDC и BAC равны. Докажите, что углы CBD и CAD также равны.

Вариант 20

24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы CAD и CBD равны. Докажите, что углы ACD и ABD также равны.

Вариант 21

24 Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

Вариант 22

24 Точка P — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что сумма площадей треугольников ADP и BCP равна половине площади трапеции.

Вариант 23

24 В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.

Вариант 24

24 В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1. Докажите, что треугольники A_1BC_1 и ABC подобны.

Вариант 25

24 Биссектрисы углов A и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне BC. Докажите, что точка M равноудалена от прямых AB, AD и CD.

Вариант 26

24 Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD. Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB, BC и AD.

Вариант 27

24 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 9 и 36, $BD = 18$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Вариант 28

24 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 2 и 32, $BD = 8$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Вариант 29

24 Точка T — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$, а AT — биссектриса угла BAD. Докажите, что $AB = BC + AD$.

Вариант 30

24 Точка F — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$, а $AB = BC + AD$. Докажите, что AF — биссектриса угла BAD.

Вариант 31

24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке P. Докажите, что площади треугольников APB и CPD равны.

Вариант 32

24 В трапеции $MNPK$ с основаниями NP и MK диагонали пересекаются в точке F. Докажите, что площади треугольников MNF и PKF равны.

Вариант 33

24 Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.

Вариант 34

24 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B, причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB. Докажите, что прямые IJ и AB перпендикулярны.

Вариант 35

24 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке S. Докажите, что треугольники BCS и DAS подобны.

Вариант 36

24 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке L. Докажите, что треугольники ALB и CLD подобны.