Ленинградская область

Всероссийская олимпиада школьников по математике

Муниципальный этап

2025-2026 уч.год

7 класс

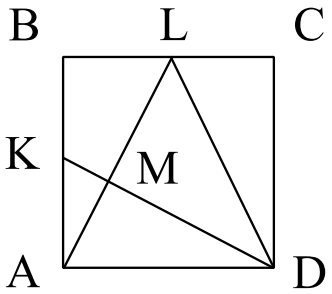
1. Нарисуйте восемь одинаковых квадратов так, чтобы ровно 15 точек были вершинами этих нарисованных квадратов.

2. Как разделить поровну семь одинаковых пирожных между 12 гостями дня рождения, если ни одно пирожное невозможно разрезать более, чем на пять частей?

3. Семья состоит из трех человек: отца, матери и дочери. Сейчас сумма возрастов членов семьи составляет 74 года, а 10 лет назад такая сумма составляла 47 лет. Сколько сейчас лет отцу, если он старше дочери на 28 лет?

4. Взяли трехзначное число и переставили его цифры в обратном порядке. Может ли сумма двух трехзначных чисел – полученного числа и исходного числа – быть числом, записанным только нечетными цифрами?

5. В квадрате $ABCD$ точка K — середина стороны AB, точка L — середина стороны BC, точка M — точка пересечения DK и AL. Что больше: площадь четырехугольника $BKML$ или площадь треугольника DLM?



6. Если перемножить все цифры некоторого натурального числа на само это число, то получится 1716. Найдите все такие числа.

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут. Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 42 балла за все задание. Не забудьте обосновать свои решения задач!

Ленинградская область

Всероссийская олимпиада школьников по математике

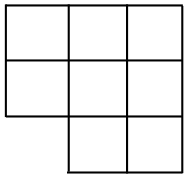
Муниципальный этап

2025-2026 уч.год

7 класс

1. Нарисуйте восемь одинаковых квадратов так, чтобы ровно 15 точек были вершинами этих нарисованных квадратов.

   Решение.



2. Как разделить поровну семь одинаковых пирожных между 12 гостями дня рождения, если ни одно пирожное невозможно разрезать более, чем на пять частей?

   Решение. Надо сначала разделить между гостями три пирожных (каждому достанется по четверти пирожного), а затем разделить между ними оставшиеся четыре пирожных (каждому – по трети).

3. Семья состоит из трех человек: отца, матери и дочери. Сейчас сумма возрастов членов семьи составляет 74 года, а 10 лет назад такая сумма составляла 47 лет. Сколько сейчас лет отцу, если он старше дочери на 28 лет?

   Решение. Если бы дочери сейчас было бы больше 10 лет, то сумма возрастов 10 лет назад была бы $74 - 3 \cdot 10 = 44$ года. Значит, дочери сейчас меньше 10 лет. Ее возраст можно найти как $74 - 47 - 2 \cdot 10 = 7$ лет. Отсюда отцу сейчас $28 + 7 = 35$ лет.

   Ответ. 35 лет.

4. Взяли трехзначное число и переставили его цифры в обратном порядке. Может ли сумма двух трехзначных чисел – полученного числа и исходного числа – быть числом, записанным только нечетными цифрами?

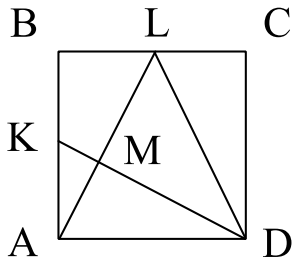
   Решение. Да, возможно. Необходимо сделать перенос единицы из последнего разряда во второй. Если переноса не будет, в среднем разряде суммы будет стоять четная цифра. Пример

$$\begin{array}{cccc} & 9 & 3 & 2 \\ + & 2 & 3 & 9 \\ \hline 1 & 1 & 7 & 1 \end{array}$$

   Ответ. Может.

5. В квадрате $ABCD$ точка K — середина стороны AB, точка L — середина стороны BC, точка M — точка пересечения DK и AL. Что больше: площадь четырехугольника $BKML$ или площадь треугольника DLM?

   Решение.



   Пусть площадь квадрата равна $4S$. Тогда каждый из треугольников ADK, ABL, DCL имеет площадь S. Площадь треугольника ADL равна $2S$. Треугольник ADM часть треугольника AKD, поэтому его площадь меньше S, поэтому площадь треугольника DLM больше S (они вместе составляют $2S$). Площадь четырехугольника $BKML$ меньше S, так как он составляет часть треугольника ABL.

   Ответ. Площадь треугольника DLM больше.

6. Если перемножить все цифры некоторого натурального числа на само это число, то получится 1716. Найдите все такие числа.

   Решение. Разложим 1716 на простые множители.

$$1716 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$$

   Числа 11 и 13 входят в это произведение как делители самого числа, не цифры. Так как $11 \cdot 13 = 143$, то искомое число не меньше 143, и делится на это число.

   Число 143 подходит, проверяется умножением.

   Другие возможные числа (или делители числа) могли бы быть получены умножением 143 только на 2, на 3, на 4, на 6 (это всевозможные произведения из оставшихся множителей 2, 2, 3, меньшие 12.)

   Проверка показывает, что $143 \cdot 2 = 286$, $143 \cdot 3 = 429$, $143 \cdot 4 = 572$, $143 \cdot 6 = 858$ не подходят.

   Если к 143 добавить в записи одну или несколько единиц, то произведение цифр не изменится, а само число увеличится, при этом делимость на 143 должна сохраниться. Любое число, большее 143, умноженное на 12, даст в произведении число, превышающее 1716.

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут. Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 42 балла за все задание. Не забудьте обосновать свои решения задач!