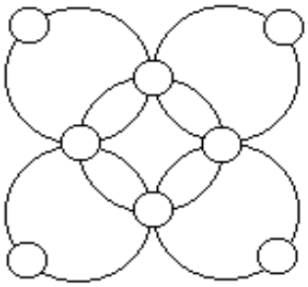
МАТЕМАТИКА
ВСЕРОССИЙСКАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Задания
муниципального этапа
2026-2027 учебный год
7 класс

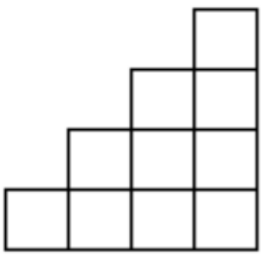


1. Расставьте натуральные числа от 1 до 8 в кружки фигуры так, чтобы сумма чисел расположенных на каждой из пяти окружностей была одной и той же.

2. Решить ребус: БОЙ × 9 = ТУР (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.)

3. Кирилл написал на доске всевозможные 9-значные числа, в записи которых встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 по одному разу. Мефодий выбрал из них самое большое и самое маленькое и стёр их. Потом он выбрал самое большое и самое маленькое из оставшихся чисел и тоже их стёр. Мефодий повторял свои действия до тех пор, пока на доске не осталось два числа. Какие это числа?

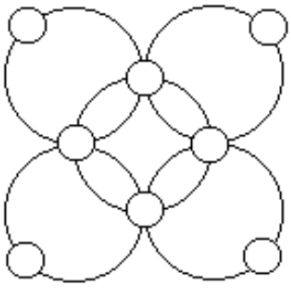
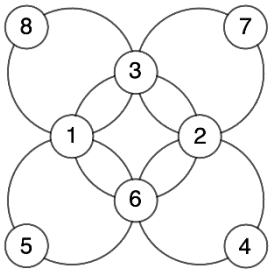
4. В клетках «лестницы» расставлены числа 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, так что сумма чисел в каждом столбце, кроме самого левого, на 1 больше, чем в предыдущем. Сколько существует различных расстановок?

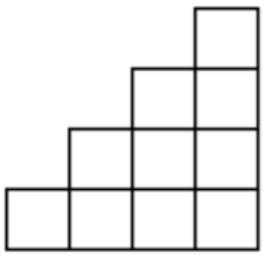


5. Виталик написал на доске 10 двоек. Потом он делал следующее: стирал два числа и вместо них записывал сумму или произведение этих чисел. Могло ли на доске остаться только число 1002?

МАТЕМАТИКА
ВСЕРОССИЙСКАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Критерии оценивания
заданий
муниципального этапа
2026-2027 учебный год
7 класс

<table>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>Расставьте натуральные числа от 1 до 8 в кружки фигуры так, чтобы сумма чисел расположенных на каждой из пяти окружностей была одной и той же.
</td></tr>
<tr><td>Решение.
Достаточно привести хотя бы один вариант, например, как на рисунке.

</td></tr>
<tr><td>Критерии.
Полное решение – 7 баллов.
В остальных случаях – 0 баллов.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Решить ребус: БОЙ × 9 = ТУР (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.)</td></tr>
<tr><td>Решение:
Б = 1, О = 0, дальше перебором находим 5 решений (БОЙ: 103, 104, 106, 107, 108).
Критерии
Полное решение – 7 баллов
Найдены только Б и О – 1 балл.
Найдены Б и О неполный перебор – 4 балла</td></tr>
</table>

3	Кирилл написал на доске всевозможные 9-значные числа, в записи которых встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 по одному разу. Мефодий выбрал из них самое большое и самое маленькое и стёр их. Потом он выбрал самое большое и самое маленькое из оставшихся чисел и тоже их стёр. Мефодий повторял свои действия до тех пор, пока на доске не осталось два числа. Какие это числа?
	Ответ: *549876321 и 561234789.* ***Решение:*** *Чисел, начинающихся на 1 и на 9, на 2 и на 8, на 3 и на 7, на 4 и на 6 поровну (каждого вида по 8!). Значит сначала сотрут все числа начинающиеся на 1 и 9, потом все числа начинающиеся на 2 и 8, 3 и 7, 4 и 6 и останутся числа начинающееся на 5. Чисел начинающихся на 5 и со вторым разрядом 1 и 9, 2 и 8, 3 и 7, 4 и 6 поровну (по 7! каждого вида). Значит в конце остались числа начинающееся на 54 и 56 причем первое наибольшее среди начинающихся на 54, а второе наименьшее среди начинающихся на 56 — 549876321 и 561234789.* ***Критерии*** *Полное обоснованное решение – 7 баллов* *Правильный ответ без обоснования – 2 балла.*
4	В клетках «лестницы» расставлены числа 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, так что сумма чисел в каждом столбце, кроме самого левого, на 1 больше, чем в предыдущем. Сколько существует различных расстановок? 
	Ответ 432 ***Решение:*** *Сумма всех чисел равна $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 + 4 \cdot 2 + 5 + 6 = 30$. Если число в самой левой клетке x, получим уравнение $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 32$, $x = 6$. Тогда в самом левом столбце сумма 6 = 6, во втором $7 = 3 + 4$ или $5 + 2$, в третьем $8 = 1 + 2 + 5 = 2 + 2 + 4$ или $8 = 1 + 3 + 4 = 2 + 2 + 4$ соответственно (в четвёртом столбце — все остальные числа). Тогда разных расстановок: $2 \cdot 6 \cdot 12 + 2 \cdot 3 \cdot 12 + 2 \cdot 6 \cdot 12 + 2 \cdot 3 \cdot 12 = 432$.* ***Критерии.*** *Обоснованное решение с правильным ответом – 7 баллов.* *Обоснованное решение с ошибками в подсчёте – 5 баллов.* *Необоснованное решение – 0 баллов.*

5	Виталик написал на доске 10 двоек. Потом он делал следующее: стирал два числа и вместо них записывал сумму или произведение этих чисел. Могло ли на доске остаться только число 1002?
	Ответ: *не могло.* ***Решение:*** *Заметим, что все числа на доске всегда чётные. Число 1002 могло появиться как произведение чисел, но 1002 = 2 · 501 (такого не могло быть), либо как сумма. Одно из слагаемых не делится на 4 (иначе бы 1002 делилось бы на 4). Тогда если это 2, то, даже перемножив остальные 9 двоек, получим 2 9 = 512 < 1000. Если это 2 k + 2 ≤ 514, то произведение остальных 2 9−k ≤ 256, так как $k \geq 1$, и 514 + 256 = 770 < 1002.* ***Критерии*** *Полное решение – 7 баллов.*