



@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 547

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

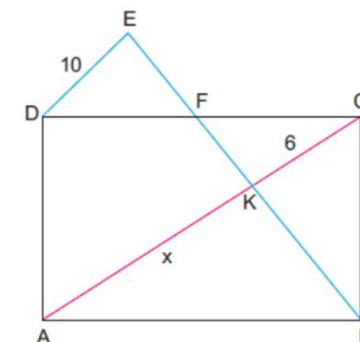
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

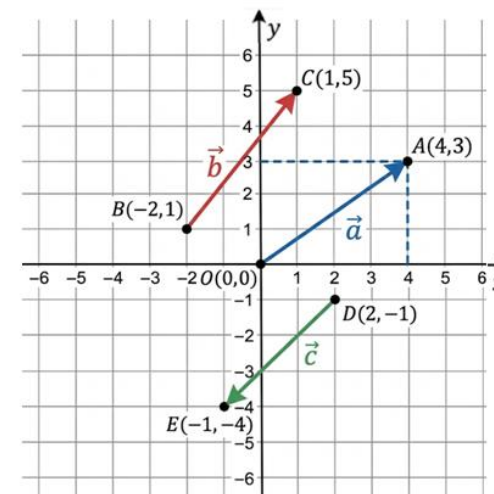
Ответом к заданиям 1-13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В прямоугольнике ABCD $DE \parallel AC$, BE пересекает отрезки DC и AC в точках F и K соответственно, причём $DE = 10, CK = 6$. Найдите AK.

Ответ: _____.

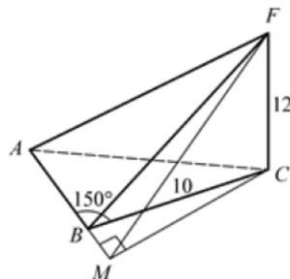


2. На рисунке изображены векторы $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$. Точка P лежит на прямой, содержащей вектор $\vec{a}$, так, что вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{BP}$. В ответе укажите сумму координат вектора $7 \cdot \overrightarrow{BP}$.



Ответ: _____.

3. В пирамиде $FABC$ с вершиной F и высотой FC угол ABC равен 150° , $CB=10$, $CF=12$. Найдите расстояние от точки F до прямой AB .



Ответ: _____.

4. В урне 3 белых и 5 чёрных шаров. Из урны наугад вынимают два шара, не возвращая их обратно. После этого из оставшихся шаров наугад вынимают ещё один шар. Найдите вероятность того, что этот третий шар окажется белым.

Ответ: _____.

5. В каждой из трёх урн находится 6 чёрных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечён один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечён шар и переложен в третью урну. Найдите вероятность того, что шар, извлечённый из третьей урны, окажется белым.

Ответ: _____.

6. Всего выпущено 10000 лотерейных билетов. Сумма выигрышей и число выигрышных билетов показаны в таблице.

Выигрыш	100 р.	1000 р.	5000 р.	10000 р.	50000 р.
Число выигрышных билетов	100	50	10	2	1

Найдите математическое ожидание случайной величины «выигрыш на один билет», который получит один случайный покупатель лотерейного билета. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

7. Решите уравнение $4^{3x^2+x} - 8 = 2 \cdot 8^{x^2+\frac{x}{3}}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из них.

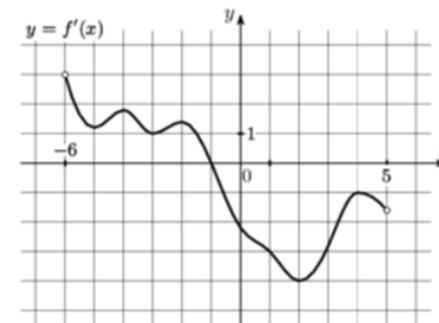
Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения, если $a = \sqrt{2}; b = 3 - 2\sqrt{2}$.

$$(2a - b)^2 \cdot \left(\frac{a^{-1}b^{-1}}{a^{-1} + 2\sqrt{2}a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}} + 2b^{-1}} + \frac{a^{-1}b^{-1}}{a^{-1} - 2\sqrt{2}a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}} + 2b^{-1}} \right)$$

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-5; 0]$.



Ответ: _____.

10. В новейшем масс-спектрометре, применяемом для исследования пространственной организации хроматина, тяжелые ионы разгоняются до околосветовых скоростей. Радиус кривизны траектории иона R (в сантиметрах) в камере с однородным магнитным полем определяется по релятивистской формуле:

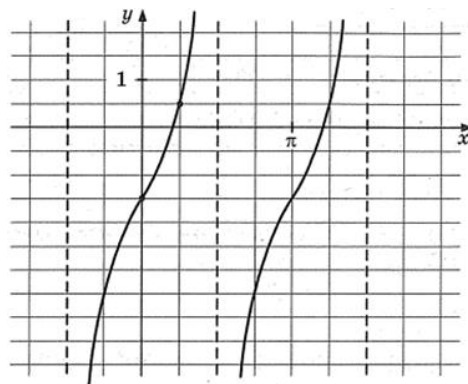
$$R = A \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2} - 1}$$

где $A = 15$ см — постоянная прибора, зависящая от массы покоя иона, его заряда и индукции магнитного поля; $c = 300000$ км/с — скорость света в вакууме; v — скорость иона (в км/с). Для точной регистрации частиц на детекторе радиус траектории иона должен быть равен ровно 20 см. Найдите, до какой скорости v нужно разогнать ион? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

11. Три гонщика (А, затем В и потом С) стартуют с интервалом в 1 мин из одной точки кольцевого шоссе и двигаются в одном направлении с постоянными скоростями. Каждый гонщик затрачивает на круг более 2 минут. Сделав три круга, гонщик А в первый раз догоняет В у точки старта, а ещё через три минуты он вторично обгоняет С. Гонщик В впервые догнал С также у точки старта, закончив четыре круга. Сколько минут

12. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cdot \operatorname{tg} x + b$. Найдите $f(\arctg 2)$.



Ответ: _____.

13. Аристарх хочет купить пакет акций быстрорастущей компании. В начале года у Аристарха не было денег на покупку акций, а пакет стоил 42 000 рублей. В середине каждого месяца Аристарх откладывает на покупку пакета акций одну и ту же сумму, а в конце месяца пакет дорожает, но не более чем на 40 %. Какую наименьшую сумму в рублях нужно откладывать Аристарху каждый месяц, чтобы через некоторое время гарантированно купить желаемый пакет акций?

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14. А) Решите уравнение $\log_2(\sin 2x) + \log_{\frac{1}{2}}(\cos x) = \frac{1}{2}$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$.

15. В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник с углом $\angle ACB = 120^\circ$, боковые ребра пирамиды равны и наклонены к плоскости основания под углом $\arctg \frac{1}{2}$.

А) Докажите, что грани ASC и BSC наклонены к плоскости основания под углом 30° .

Б) Найдите двугранный угол между гранями ASB и ABC .

16. Решите неравенство: $32 \cdot 2^{x^2+3x} - \frac{2^{x^2}}{16} + 1 \geq 2^{3x+9}$.

17. Для защиты некастодиального аппаратного кошелька от электромагнитных атак по сторонним каналам (side-channel attacks) применяется специальный колебательный контур. Амплитуда наведенного напряжения на конденсаторе защиты при воздействии внешнего поля зависит от частоты этого поля ω (в МГц) по закону:

$$U(\omega) = \frac{U_0 \cdot \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}}$$

Известно, что базовая резонансная частота контура $\omega_0 = 5$ МГц, а коэффициент затухания $\gamma = 2$ МГц. При какой частоте внешнего поля ω амплитуда напряжения на конденсаторе будет максимальной?

18. В треугольнике ABC биссектрисы углов BAC и ABC пересекаются в точке O и пересекают описанную около треугольника ABC окружность в точках L и D соответственно. Известно, что угол BAC в два раза больше угла BCA .

А) Докажите, что прямые CO и LD перпендикулярны.

Б) Найдите в каком отношении прямая LD делит площадь треугольника ABC , если

$$\cos \angle BCA = \frac{3}{4}.$$

19. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \log_{2x+a}(x^2 - 4a^2 + 5a) \leq 1 \\ x^2 + a^2 = 1 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

20. При построении дерева деривации ключей для Bitcoin-кошелька алгоритм использует генерацию последовательности натуральных чисел a_n . Известно, что

$$a_1 = 3, a_2 = 5, \text{ и для любого } n \geq 2 \text{ выполняется соотношение } a_{n+1} = \frac{a_n^2 + A}{a_{n-1}}.$$

А) Может ли число 100500 быть членом этой последовательности, если $A = 11$?

Б) Может ли при $A = 26$ значение выражения $a_{n-1} \cdot a_{n+1} + 101$ быть квадратом целого числа?

В) Найдите все натуральные значения параметра $A \leq 500$, при которых все члены последовательности — целые числа, а сумма первых четырех членов последовательности $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$ является точным квадратом целого числа.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.