



@ALEXLARIN\_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 545

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

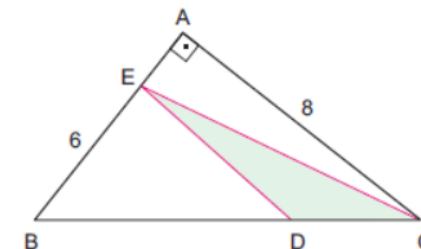
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A и катетом AC=8 на катете AB отмечена точка E, а на гипотенузе BC – точка D так, что BE=6, BD=2DC. Найдите площадь треугольника EDC.

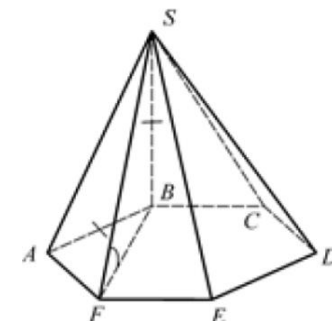


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. В плоскости заданы два вектора:  $\vec{a}(3;1)$  и  $\vec{b}(1;3)$ . Известно, что векторы  $\vec{u} = k \cdot \vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{v} = \vec{a} - k \cdot \vec{b}$  перпендикулярны. Найдите квадрат модуля вектора  $\vec{u}$  при положительном значении  $k$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В основании пирамиды SABCDEF с высотой SB лежит правильный шестиугольник ABCDEF, BS=AB. Найдите угол SFB.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В кармане у Пети лежит 10 монет: 6 монет по 10 рублей и 4 монеты по 5 рублей. Петя, не глядя, перекладывает 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что сумма монет в другом кармане окажется меньше 25 рублей. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Редакция крупного научного журнала использует автоматический фильтр, чтобы выявлять статьи, сгенерированные нейросетью. Известно, что 30% всех присылаемых авторами статей пишутся с помощью ИИ. Если статья действительно написана человеком, фильтр ошибочно помечает её как «сгенерированную ИИ» с вероятностью 0,1. Если статья сгенерирована нейросетью, фильтр успешно распознает её и отправляет в бан с вероятностью 0,8. Инженер загрузил в систему одну из присланных статей, и фильтр выдал вердикт: «Статья сгенерирована ИИ». Найдите вероятность того, что эту статью на самом деле написал человек. Результат округлите до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Стрелок стреляет по мишени 5 раз. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Найдите математическое ожидание случайной величины  $X$  — числа попаданий, при условии, что последний выстрел был точным (это условие уже выполнено).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Решите уравнение  $4\log_{25}(5x) = 5 - \log_5^2 x$ . Если корней несколько, в ответе укажите больший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Найдите значение выражения: 
$$\frac{2\log_2 5 \cdot \log_5 8 - 3^{\log_9 16}}{\log_7 14 - \frac{1}{2}\log_7 28}$$
.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента имеет вид:

$$T(t) = T_0 + at + bt^2 + \frac{c}{\pi} \sin(\pi t)$$

где  $a, b$  и  $c$  — константы,  $t$  — время в минутах. Известно, что при  $t = 1$  производная равна нулю, а температура равна  $400\text{ K}$ , при  $t = 3$  производная равна нулю, а  $T(0) = 300\text{ K}$ . Найдите  $c$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** В секретной подземной лаборатории тестируют квантовый ускоритель частиц. Давление газа (в паскалях) внутри камеры охлаждения во время разгона зависит от времени работы по зубодробительному закону:

$$p(t) = p_0 \cdot (\sqrt{3})^{\log_{t^2+3}(12t^2+36) \cdot \log_{12}(t^2+3)}$$

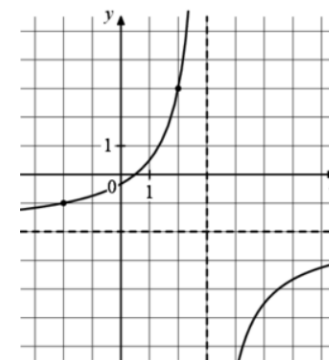
где  $p_0 = 1,5 \cdot 10^5$  Па — начальное давление,  $t$  — время работы установки в минутах. Эксперимент необходимо прекратить, когда давление внутри камеры вырастет до критической отметки  $4,5 \cdot 10^5$  Па, иначе произойдет микровзрыв. Определите максимальное время (в минутах) после начала эксперимента, когда его еще можно безопасно остановить.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Два профессиональных пилота, Алекс и Никита, тестируют гоночные катера на реке. Изначально скорость течения реки равна 3 км/ч. Трасса проложена по прямой от пирса А до пирса В, расстояние между которыми составляет 60 км. Алекс стартует из пункта А по течению, доходит до В, мгновенно разворачивается и идет обратно к А. Никита стартует из пункта А по течению на 1 позже Алекса. В тот самый момент, когда Алекс достигает пирса В, погода резко портится, и скорость течения реки во всем русле мгновенно увеличивается до 5 км/ч. Дойдя до пирса В, Никита обнаруживает проблему с мотором. Он теряет ровно  $10/11$  часа на пирсе В на экстренный ремонт, а его собственная скорость на обратном пути (против нового течения) из-за этой поломки снижается на 7 км/ч. На своем обратном пути Алекс встречает Никиту (который к тому моменту еще только идет вперед к пирсу В в точке, находящейся на расстоянии 40 км от стартового пирса А. Никита, несмотря на все беды, завершает квест и возвращается к пирсу А ровно на 12 часов позже, чем туда вернулся Алекс. Найдите исходную собственную скорость катера Никиты (до поломки) в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{kx+a}{x+b}$ . Решите уравнение  $f(x) = 8$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13.** В июле 2027 года планируется взять кредит на 5 лет в размере 1 млн рублей.

Условия:

- каждый год, начиная с 2028 года, в январе долг увеличивается на 10% по сравнению с предыдущим годом;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле долг должен быть на 200 тысяч рублей меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько процентов общая сумма выплат в 2029 и 2030 годах больше общей суммы выплат в 2028 и 2031 годах?

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**14.** А) Решите уравнение  $\sin 3x - 2 \sin 18x \cdot \sin x = 3\sqrt{2} - \cos 3x + 2 \cos x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-5\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

**15.** В основании пирамиды  $SABC$  лежит равнобедренный треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = AC = 4$ ,  $SA = 3$  – высота пирамиды,  $SB = 5$ ,  $BC = 2\sqrt{5}$ . Через вершину  $A$  проведена плоскость  $\alpha$ , перпендикулярная ребру  $SC$ .

А) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит объем пирамиды  $SABC$  в отношении 27 : 98.

Б) Найдите площадь сечения пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

**16.** Решите неравенство:  $\frac{\sqrt{8+2x-x^2}-x-2}{\log_3(x+4)-1} \geq 0$

**17.** Скорость прохождения скальной породы  $v$  (в метрах в час) напрямую зависит от пиковой температуры плазменного факела  $T$  (в кельвинах):

$$v(T) = v_0 \sqrt{\left(\frac{T}{1000}\right)^3 - 3\left(\frac{T}{1000}\right) + 4}$$

где  $v_0 = 2$  м/ч – базовый коэффициент установки. В свою очередь, температура

факела регулируется углом наклона магнитных линз  $\alpha$  (в радианах,  $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ) по

формуле циклического теплообмена:

$$T(\alpha) = 1000 \cdot \left(1 + \frac{3}{6 - 2\cos(4\alpha)}\right)$$

Инженерам необходимо выставить такой угол наклона линз  $\alpha$ , при котором скорость бурения  $v$  будет минимальной (чтобы безопасно пройти слой нестабильного гранита), но при этом плазма не должна гаснуть (для этого температура  $T$  должна строго превышать 1000 К). Найдите этот угол  $\alpha$ . Ответ дайте в градусах.

**18.** Окружность с центром в точке  $O$  на гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  касается катета  $AB$  в точке  $M$ , а катета  $BC$  – в точке  $K$  и пересекает отрезок  $AO$  в точке  $N$ . Известно, что  $AN : MN = 6 : 1$ .

А) Докажите, что  $KC : OC = 1 : 9$

Б) Найдите  $AC$ , если  $AM = \frac{20}{9}$ .

**19.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(25^x - (a+3) \cdot 5^x + 3a) \cdot \sqrt{2\cos x - 1} = 0$$

имеет ровно четыре различных корня на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .

**20.** Популярный стример Макс проводит праздничный марафон. На стрим зашли несколько зрителей. Среди них есть обычные зрители (каждый задонатил целое число рублей от 100 до 400 включительно) и VIP-зрители (каждый задонатил целое число рублей от 500 до 700 включительно). Изначально средний размер доната среди всех зрителей составил ровно 400 рублей. Затем Макс объявил розыгрыш, и часть зрителей ушла со стрима. При этом средний донат среди оставшихся зрителей вырос и составил ровно 500 рублей, а средний донат среди ушедших зрителей составил ровно 250 рублей.

А) Могло ли изначально на стриме быть 15 зрителей, если среди них было ровно 10 VIP-зрителей?

Б) Могло ли получиться так, что после розыгрыша на стриме осталось ровно 4 зрителя?

В) Какое наибольшее количество зрителей могло изначально быть на стриме, если известно, что среди оставшихся участников был ровно один VIP-зритель?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**