

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 сентября 2026 года

Вариант МА2610109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

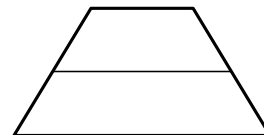
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Средняя линия трапеции равна 5, а меньшее основание равно 2. Найдите большее основание трапеции.

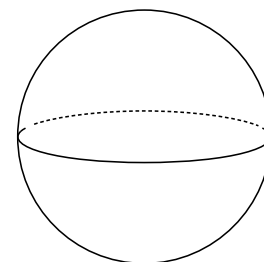


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a}(2; 6)$ и $\vec{b}(-6; -2)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

- 3** Площадь поверхности шара равна 132. Найдите площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр.



Ответ: _____.

- 4** В сборнике билетов по физике всего 20 билетов, в 6 из них встречается вопрос по разделу «Электростатика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по разделу «Электростатика».

Ответ: _____.

- 5 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 99 % случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 89 % случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 15 % пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: _____.

- 6 Всего выпущено 10 000 лотерейных билетов. Сумма выигрышей и число выигрышных билетов показаны в таблице.

Выигрыш	100 р.	500 р.	1000 р.	50 тыс. р.	100 тыс. р.
Число выигрышных билетов	100	50	10	2	1

Найдите математическое ожидание случайной величины «выигрыш на один билет», который получит один случайный покупатель лотерейного билета. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

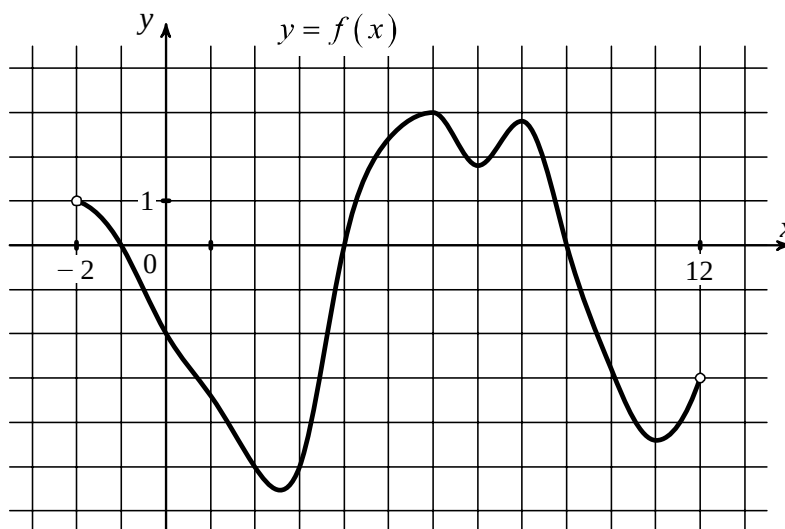
- 7 Найдите корень уравнения $\log_2(7 - x) = 6$.

Ответ: _____.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1,8} \cdot \sqrt{2,4}}{\sqrt{0,48}}$.

Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 12)$. Определите количество целых точек, в которых функция $f(x)$ возрастает.



Ответ: _____.

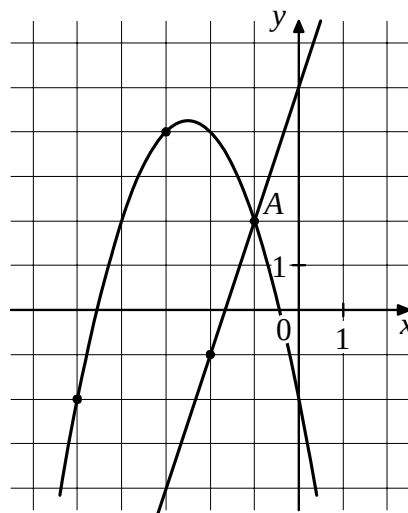
- 10** Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол поворота катушки, на который наматывается кабель, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время (в минутах) от начала работы лебёдки, $\omega = 30^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 3^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

- 11** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 25 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа 5 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** На рисунке изображены графики функций $f(x) = 3x + 5$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 13** В июле 2030 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита будет на 40 980 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14 а) Решите уравнение $\frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{21\pi}{4}; -\frac{17\pi}{4}\right]$.

15 В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1 K : KC_1 = 2 : 3$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 4 и 5.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC .

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 45, а её высота равна 3.

16 Решите неравенство $\frac{6-x}{x-10} \leq \frac{1}{1-x}$.

17 Источник постоянного напряжения имеет электродвижущую силу $\varepsilon = 40$ В и внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом. Сила тока в цепи при подключении к этому источнику нагрузки определяется законом Ома:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R},$$

где R — сопротивление нагрузки (в омах).

Тепловая мощность в ваттах, выделяемая на нагрузке, равна $P = I^2 R$ (закон Джоуля—Ленца). При каком сопротивлении нагрузки R выделяемая на источнике тепловая мощность P наибольшая?

18 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC — диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB .
б) Найдите длину отрезка NO , если известно, что $AC = 12$ и $AB = 16$.

19 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + x)a^2 + (x^4 + x^3 + x + 1)a + x^3 + x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

20 Есть 14 монет по 2 рубля и 27 монет по 5 рублей.

- а) Можно ли этими монетами набрать сумму 161 рубль?
б) Можно ли этими монетами набрать сумму 162 рубля?
в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 170 рублей включительно?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 сентября 2026 года

Вариант МА2610110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

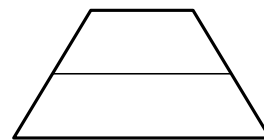
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Средняя линия трапеции равна 9, а меньшее основание равно 4. Найдите большее основание трапеции.

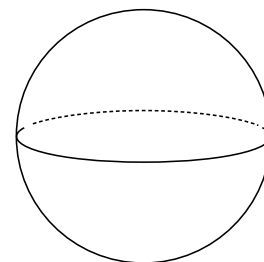


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a}(2; 1)$ и $\vec{b}(-1; -2)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

- 3** Площадь поверхности шара равна 184. Найдите площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр.



Ответ: _____.

- 4** В сборнике билетов по химии всего 25 билетов, в 6 из них встречается вопрос по разделу «Углеводороды». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по разделу «Углеводороды».

Ответ: _____.

- 5 При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 91 % случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 93 % случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 13 % пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: _____.

- 6 Всего выпущено 50 000 лотерейных билетов. Сумма выигрышей и число выигрышных билетов показаны в таблице.

Выигрыш	100 р.	500 р.	1000 р.	50 тыс. р.	100 тыс. р.
Число выигрышных билетов	1000	100	50	10	2

Найдите математическое ожидание случайной величины «выигрыш на один билет», который получит один случайный покупатель лотерейного билета. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

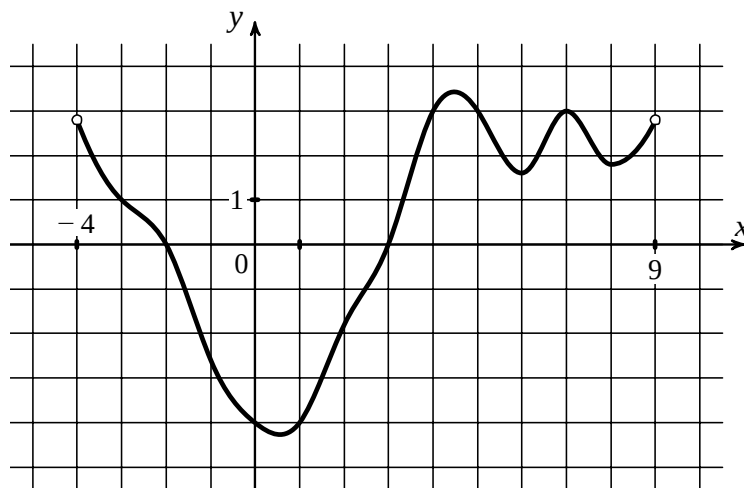
- 7 Найдите корень уравнения $\log_2(6 - x) = 5$.

Ответ: _____.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{4,8} \cdot \sqrt{1,2}}{\sqrt{0,16}}$.

Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Определите количество целых точек, в которых функция $f(x)$ убывает.



Ответ: _____.

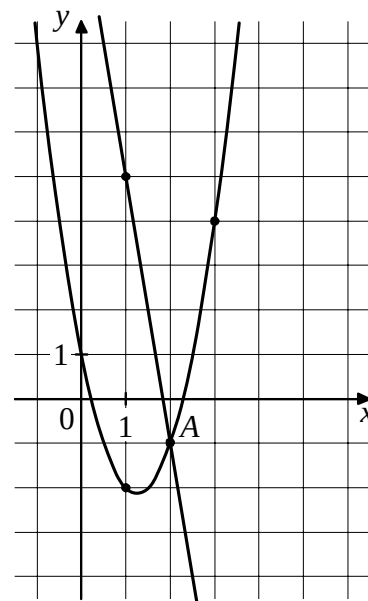
- 10** Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол поворота катушки, на который наматывается кабель, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время (в минутах) от начала работы лебёдки, $\omega = 50^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 5^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 750° . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

- 11** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 30 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 3 часа 45 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** На рисунке изображены графики функций $f(x) = -6x + 11$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 13** В июле 2030 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита будет на 27 320 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14

а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin x} = 4\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{15\pi}{4}; -\frac{11\pi}{4}\right]$.

15

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1 K : KC_1 = 1 : 3$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 4.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC .

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 16, а её высота равна 2.

16

Решите неравенство $\frac{4-x}{x-5} \leq \frac{1}{1-x}$.

17

Источник постоянного напряжения имеет электродвижущую силу $\varepsilon = 40$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Сила тока в цепи при подключении к этому источнику нагрузки определяется законом Ома:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R},$$

где R — сопротивление нагрузки (в омах).

Тепловая мощность в ваттах, выделяемая на нагрузке, равна $P = I^2 R$ (закон Джоуля—Ленца). При каком сопротивлении нагрузки R выделяемая на источнике тепловая мощность P наибольшая?

18 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB .

б) Найдите длину отрезка NO , если известно, что $AC = 6$ и $AB = 8$.

19 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - 2x)a^2 + (x^4 - 2x^3 - 8x + 16)a - 8x^3 + 16x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

20 Есть 16 монет по 2 рубля и 31 монета по 5 рублей.

а) Можно ли этими монетами набрать сумму 185 рублей?

б) Можно ли этими монетами набрать сумму 186 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 190 рублей включительно?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 сентября 2026 года

Вариант МА2610111

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

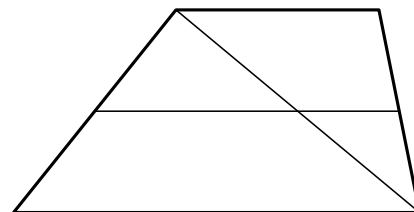
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

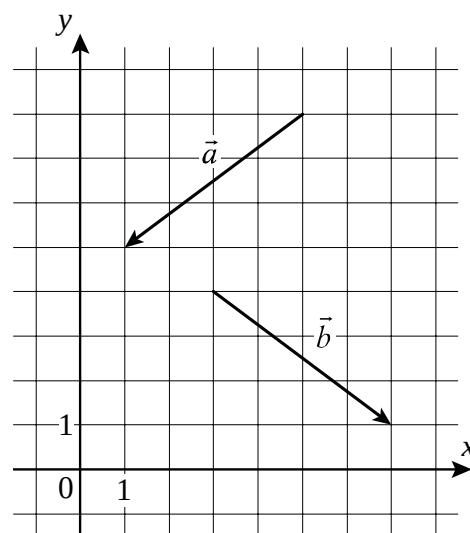
Ответом к каждому из заданий 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Основания трапеции равны 3 и 4. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



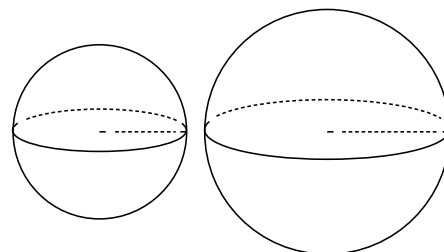
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите косинус угла между ними.



Ответ: _____.

- 3** Радиусы двух шаров равны 14 и 48. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.



Ответ: _____.

- 4 На олимпиаде по биологии 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 150 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 В городе 44 % взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 14,4 % взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 10 %. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 6 Всего выпущено 50 000 лотерейных билетов. Сумма выигрышей и число выигрышных билетов показаны в таблице.

Выигрыш	100 р.	500 р.	1000 р.	50 тыс. р.	100 тыс. р.
Число выигрышных билетов	500	100	10	5	1

Найдите математическое ожидание случайной величины «выигрыш на один билет», который получит один случайный покупатель лотерейного билета. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

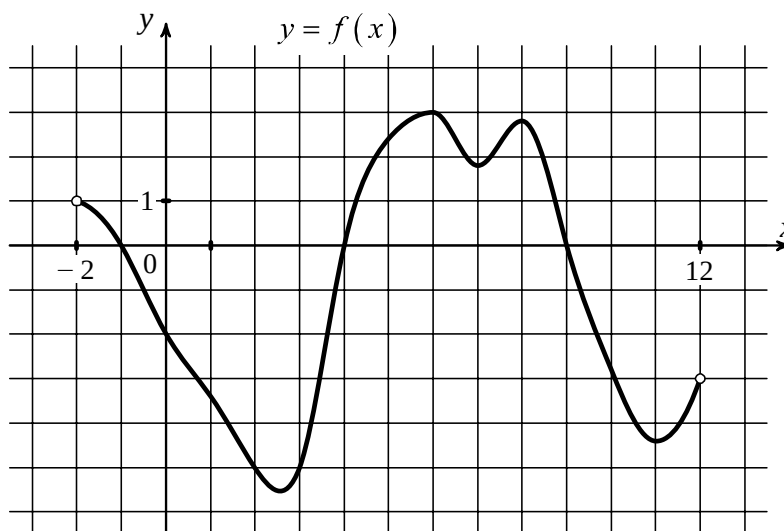
- 7 Найдите корень уравнения $\log_2(8 - 3x) = 7$.

Ответ: _____.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{1,4}}{\sqrt{0,56}}$.

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 12)$. Определите количество целых точек, в которых функция $f(x)$ убывает.



Ответ: _____.

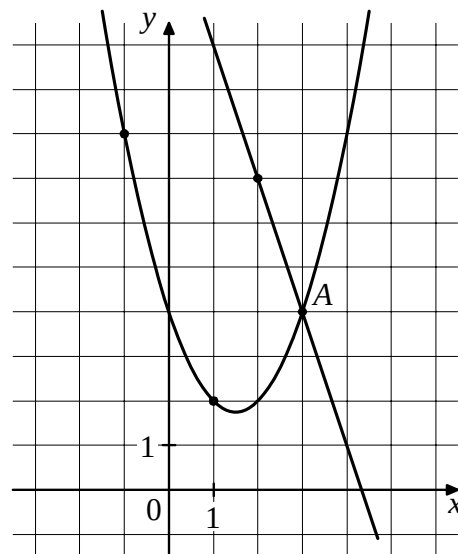
- 10 Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 65$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 40$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 60 км от города. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

- 11 Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** На рисунке изображены графики функций $f(x) = -3x + 13$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

- 13** В июле 2030 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита будет на 61 760 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14

а) Решите уравнение $\frac{\sqrt{3}}{\cos x} = 4 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{17\pi}{4}; -\frac{13\pi}{4}\right]$.

15

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1 K : KC_1 = 1 : 5$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 1 и 3.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC .

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 6, а её высота равна 2.

16

Решите неравенство $\frac{5-x}{x-6} \leq \frac{1}{2-x}$.

17

Источник постоянного напряжения имеет электродвижущую силу $\varepsilon = 50$ В и внутреннее сопротивление $r = 10$ Ом. Сила тока в цепи при подключении к этому источнику нагрузки определяется законом Ома:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R},$$

где R — сопротивление нагрузки (в омах).

Тепловая мощность в ваттах, выделяемая на нагрузке, равна $P = I^2 R$ (закон Джоуля—Ленца). При каком сопротивлении нагрузки R выделяемая на источнике тепловая мощность P наибольшая?

18 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB .

б) Найдите длину отрезка NO , если известно, что $AC = 18$ и $AB = 24$.

19 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - 4x)a^2 + (x^4 - 4x^3 - 64x + 256)a - 64x^3 + 256x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

20 Есть 10 монет по 2 рубля и 33 монеты по 5 рублей.

а) Можно ли этими монетами набрать сумму 183 рубля?

б) Можно ли этими монетами набрать сумму 184 рубля?

в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 190 рублей включительно?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

30 сентября 2026 года

Вариант МА2610112

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

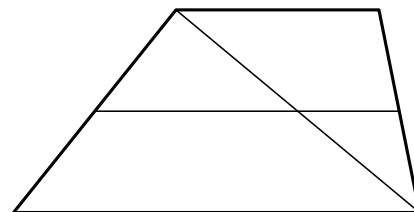
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

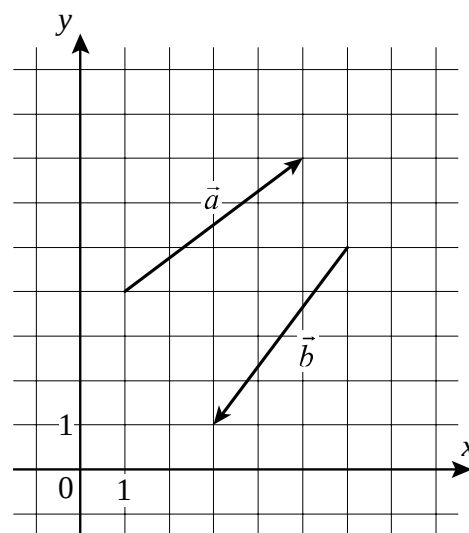
Ответом к каждому из заданий 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Основания трапеции равны 4 и 6. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



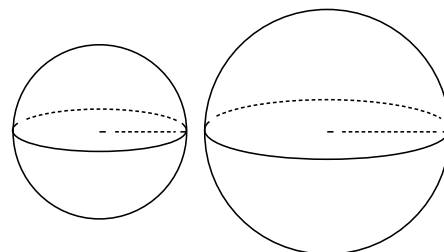
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите косинус угла между ними.



Ответ: _____.

- 3** Радиусы двух шаров равны 21 и 28. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.



Ответ: _____.

- 4 На олимпиаде по физике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 170 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 В городе 54 % взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 17,7 % взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15 %. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 6 Всего выпущено 100 000 лотерейных билетов. Сумма выигрышей и число выигрышных билетов показаны в таблице.

Выигрыш	100 р.	1000 р.	5000 р.	10 тыс. р.	50 тыс. р.
Число выигрышных билетов	10 000	500	100	50	2

Найдите математическое ожидание случайной величины «выигрыш на один билет», который получит один случайный покупатель лотерейного билета. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

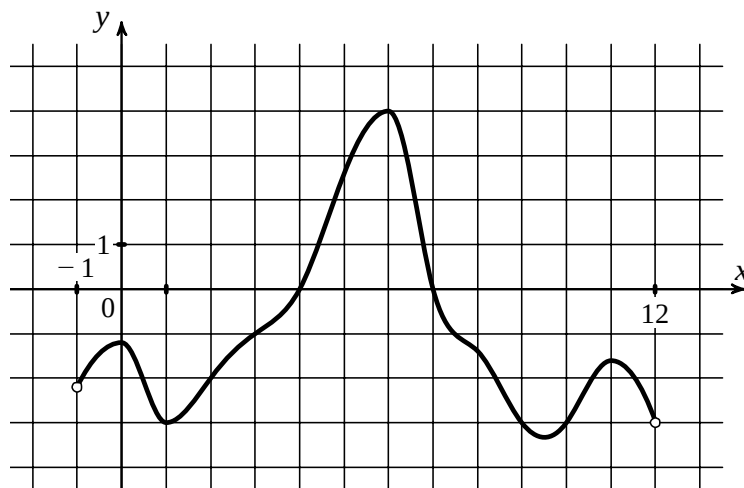
- 7 Найдите корень уравнения $\log_4(5+x)=1$.

Ответ: _____.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3,5} \cdot \sqrt{1,5}}{\sqrt{0,21}}$.

Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 12)$. Определите количество целых точек, в которых функция $f(x)$ возрастает.



Ответ: _____.

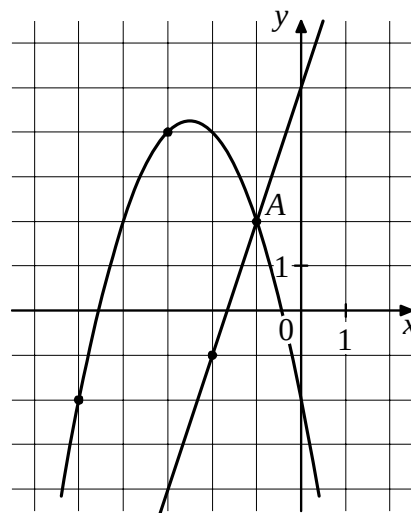
- 10** Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 61$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 8$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 48 км от города. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

- 11** Два велосипедиста одновременно отправились в 140-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** На рисунке изображены графики функций $f(x) = 3x + 5$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

- 13** В июле 2030 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита будет на 54 040 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14 а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos x} = 4 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{4}; -\frac{7\pi}{4}\right]$.

15 В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1 K : KC_1 = 1 : 4$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 5.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC .

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 150, а её высота равна 3.

16 Решите неравенство $\frac{7-x}{x-11} \leq \frac{1}{2-x}$.

17 Источник постоянного напряжения имеет электродвижущую силу $\varepsilon = 50$ В и внутреннее сопротивление $r = 5$ Ом. Сила тока в цепи при подключении к этому источнику нагрузки определяется законом Ома:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R},$$

где R — сопротивление нагрузки (в омах).

Тепловая мощность в ваттах, выделяемая на нагрузке, равна $P = I^2 R$ (закон Джоуля—Ленца). При каком сопротивлении нагрузки R выделяемая на источнике тепловая мощность P наибольшая?

18 Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB .

б) Найдите длину отрезка NO , если известно, что $AC = 24$ и $AB = 32$.

19 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - 3x)a^2 + (x^4 - 3x^3 - 27x + 81)a - 27x^3 + 81x^2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

20 Есть 18 монет по 2 рубля и 25 монет по 5 рублей.

а) Можно ли этими монетами набрать сумму 159 рублей?

б) Можно ли этими монетами набрать сумму 160 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 170 рублей включительно?