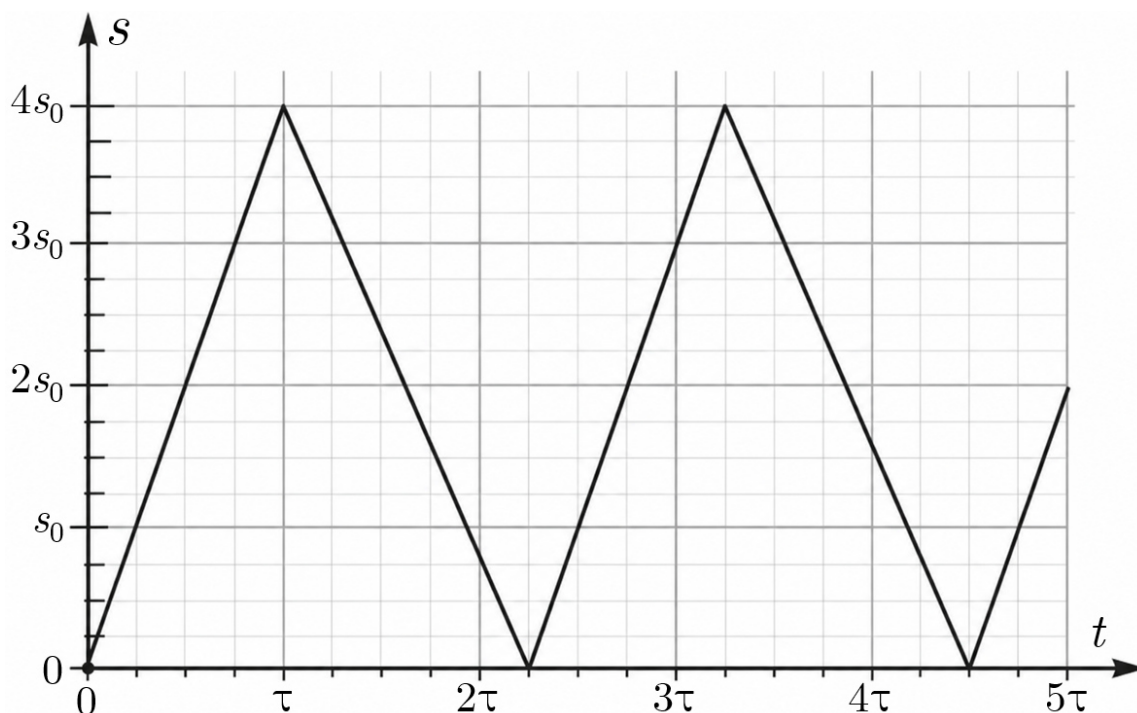


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Муха-Цокотуха летает между двумя городами, A и B , вдоль прямой. Из города A в город B она движется с одной скоростью, а при обратном полёте — с другой, отличной от первой. Дана часть графика зависимости расстояния между мухой и городом A от времени.



Известно, что $s_0 = 10$ км, а $\tau = 2$ часа.

а) Чему равно расстояние между городами? Ответ выразите в километрах, округлите до целых.

Ответ: 40

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) За какое время муха добирается из города A в город B ? Ответ выразите в часах, округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) С какой скоростью муха летит из города B в город A ? Ответ выразите в км/ч, округлите до десятых.

Ответ: 16.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Какой путь преодолит Муха-Цокотуха за $t_1 = 8$ ч? Ответ выразите в километрах, округлите до десятых.

Ответ: 144.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

д) Через какое время от начала движения муха преодолит $s_1 = 56$ км? Ответ выразите в часах, округлите до десятых.

Ответ: 3.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Расстояние между городами найдём по графику как максимальное расстояние между мухой и городом A . Оно составляет:

$$4s_0 = 4 \cdot 10 \text{ км} = 40 \text{ км}.$$

б) Когда муха летит из города A в город B , расстояние между мухой и городом A увеличивается. Оно достигает максимального значения в момент, когда муха прилетает в город B . По графику это $\tau = 2$ ч.

в) Обратно (из города B в город A) муха летит в промежутке времени от τ до $2\frac{1}{4}\tau$. Таким образом, время полёта назад составляет $\frac{5}{4}\tau$. Скорость полёта мухи равна:

$$v_{BA} = \frac{4s_0}{\frac{5}{4}\tau} = \frac{16s_0}{5\tau} = \frac{16 \cdot 10 \text{ км}}{5 \cdot 2 \text{ ч}} = 16 \text{ км/ч.}$$

г) Время $t_1 = 8 \text{ ч} = 4\tau$. За это время муха трижды пролетит расстояние между городами и в течение промежутка времени $\frac{3}{4}\tau$ будет лететь из города B в город A . Таким образом, путь, который пролетит муха, составляет:

$$S_1 = 3 \cdot 4s_0 + v_{BA} \cdot \frac{3}{4}\tau = 12s_0 + \frac{16s_0}{5\tau} \cdot \frac{3}{4}\tau = 14.4s_0 = 14.4 \cdot 10 \text{ км} = 144 \text{ км.}$$

д) Путь $S_1 = 56 \text{ км} = 1.4 \cdot 4s_0$. То есть муха перелетит из города A в город B и ещё на 0.4 от $4s_0$ в обратную сторону. Время полёта туда составит τ , а обратно — $\frac{0.4 \cdot 4s_0}{v_{BA}}$. Тогда искомое время составляет:

$$t_1 = \tau + \frac{\frac{2}{5} \cdot 4s_0}{\frac{16s_0}{5\tau}} = 1.5\tau = 1.5 \cdot 2 \text{ ч} = 3 \text{ ч.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	s_0 , км	τ , ч	t_1 , ч	S_1 , км	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ (пункт г)	Ответ (пункт д)
1	10	2	8	56	40	2	16.0	144.0	3.0
2	12	4	16	67.2	48	4	9.6	172.8	6.0
3	14	1	4	78.4	56	1	44.8	201.6	1.5
4	16	2	8	89.6	64	2	25.6	230.4	3.0
5	18	4	16	100.8	72	4	14.4	259.2	6.0
6	20	1	4	112	80	1	64.0	288.0	1.5
7	22	2	8	123.2	88	2	35.2	316.8	3.0
8	24	4	16	134.4	96	4	19.2	345.6	6.0
9	26	1	4	145.6	104	1	83.2	374.4	1.5
10	28	2	8	156.8	112	2	44.8	403.2	3.0
11	30	4	16	168	120	4	24.0	432.0	6.0
12	32	1	4	179.2	128	1	102.4	460.8	1.5
13	34	2	8	190.4	136	2	54.4	489.6	3.0
14	36	4	16	201.6	144	4	28.8	518.4	6.0
15	38	1	4	212.8	152	1	121.6	547.2	1.5
16	40	2	8	224	160	2	64.0	576.0	3.0
17	42	4	16	235.2	168	4	33.6	604.8	6.0
18	44	1	4	246.4	176	1	140.8	633.6	1.5
19	46	2	8	257.6	184	2	73.6	662.4	3.0
20	48	4	16	268.8	192	4	38.4	691.2	6.0

Задание 2. Вариант 1. Экспериментаторам Глюку и Багу довелось побывать в самых удалённых уголках Вселенной. В одном из миров они узнали о причудливых единицах измерения, созвучных их именам: расстояния — «глюк» (Гл) и времени — «баг» (Б). Так получилось, что пока они возвращались домой, связь между этими единицами измерения и единицами измерения в привычной нам СИ оказалась утеряна. Им на помощь пришли существа, что населяли тот мир, отправив подсказку:

- если водитель автомобиля будет ехать со скоростью $v_0 = 72 \text{ км/ч}$, то за $t_0 = 5 \text{ Б}$ он проедет путь, равный $s_0 = 30 \text{ Гл}$;
- площадь квадрата со стороной $a = 8 \text{ см}$ равна 4 Гл^2 .

а) Выразите 1 м/с в Гл/Б. Ответ округлите до десятых.

Ответ: 0.3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Выразите 1 м в гюках. Ответ округлите до целых.

Ответ: 25

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Сколько миллисекунд содержится в 1 баге? Ответ округлите до целых.

Ответ: 12

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Выразите объём бруска размерами 4 дм · 12 см · 8 мм в кубических гюках. Ответ округлите до целых.

Ответ: 6

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Для удобства будем под буквенным обозначением подразумевать значение соответствующей физической величины в единицах, данных в условии.

Распишем первое условие:

$$v_0 (\text{км/ч}) \cdot t_0 (\text{Б}) = s_0 (\text{Гл})$$

Переведём единицы измерения скорости из км/ч в м/с:

$$\frac{v_0}{3.6} (\text{м/с}) \cdot t_0 (\text{Б}) = s_0 (\text{Гл}) \implies 1 \text{ м/с} = \frac{3.6 \cdot s_0}{v_0 \cdot t_0} \frac{\text{Гл}}{\text{Б}} = \frac{3.6 \cdot 30}{72 \cdot 5} = 0.3 \text{ Гл/Б}.$$

б) Распишем второе условие:

$$a^2 \text{ см}^2 = 4 \text{ Гл}^2 \implies a \text{ см} = 2 \text{ Гл}$$

Тогда

$$1 \text{ Гл} = \frac{a}{2} \text{ см} = \frac{8}{2} \text{ см} = 4 \text{ см}.$$

Следовательно:

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см} = \frac{100}{4} \text{ Гл} = 25 \text{ Гл}.$$

в) Подставим эту связь единиц длины (1 м = 25 Гл) в соотношение для скорости:

$$25 \frac{\text{Гл}}{\text{с}} = \frac{3.6 \cdot s_0}{v_0 \cdot t_0} \frac{\text{Гл}}{\text{Б}}$$

Отсюда выразим длительность одного бага в секундах и миллисекундах:

$$1 \text{ Б} = \frac{3.6 \cdot s_0}{25 \cdot v_0 \cdot t_0} \text{ с} = \frac{3600 \cdot s_0}{25 \cdot v_0 \cdot t_0} \text{ мс} = \frac{144 \cdot s_0}{v_0 \cdot t_0} \text{ мс}.$$

Подставим числа:

$$1 \text{ Б} = \frac{144 \cdot 30}{72 \cdot 5} = 12 \text{ мс}.$$

г) Распишем объём бруска:

$$V = 4 \text{ дм} \cdot 12 \text{ см} \cdot 8 \text{ мм} = 40 \text{ см} \cdot 12 \text{ см} \cdot 0.8 \text{ см} = 384 \text{ см}^3.$$

Поскольку

$$1 \text{ см} = \frac{2}{a} \text{ Гл} = \frac{2}{8} \text{ Гл} = 0.25 \text{ Гл},$$

получаем:

$$384 \text{ см}^3 = 384 \cdot (0.25)^3 \text{ Гл}^3 = 384 \cdot \frac{1}{64} \text{ Гл}^3 = 6 \text{ Гл}^3.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	v_0 , км/ч	t_0 , Б	s_0 , Гл	a , см	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ* (пункт в)	Ответ (пункт г)
1	72	5	30	8	0.3	25	12	6
2	72	15	60	2	0.2	100	2	384
3	36	5	30	4	0.6	50	12	48
4	36	10	20	8	0.2	25	8	6
5	36	15	60	1	0.4	200	2	3072
6	18	5	30	2	1.2	100	12	384
7	18	10	20	4	0.4	50	8	48
8	18	15	60	8	0.8	25	32	6
9	27	5	30	8	0.8	25	32	6
10	144	15	60	2	0.1	100	1	384
11	54	5	30	4	0.4	50	8	48
12	72	10	20	8	0.1	25	4	6
13	72	15	60	1	0.2	200	1	3072
14	108	5	30	2	0.2	100	2	384
15	72	10	20	4	0.1	50	2	48
16	72	10	20	1	0.1	200	0.5	3072
17	90	5	30	1	0.2	200	1.2	3072
18	90	10	20	2	0.1	100	0.8	384
19	90	15	60	4	0.2	50	3.2	48
20	144	10	20	1	0.1	200	0.3	3072

*В вариантах 16-20 (пункт в) округление до десятых.

Задание 3. Вариант 1. В ящике находились только $N_0 = 180$ чёрных шариков. В момент $t = 0$ с они начали лопаться: каждую минуту лопалось $n_1 = 5$ чёрных шариков. Одновременно с этим в ящик начали добавлять по $n_2 = 4$ белых шариков в минуту. Белые шарики не лопаются.

а) Через сколько минут после начала закончатся чёрные шарики?

Ответ: 36

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Сколько шариков будет внутри ящика к концу той минуты, когда закончатся чёрные?

Ответ: 144

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Через сколько минут после начала в ящике будет одинаковое количество чёрных и белых шариков?

Ответ: 20

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Через сколько минут после начала в ящике будет первоначальное количество шариков?

Ответ: 45

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Количество чёрных ящиков со временем изменяется по закону

$$N_{\text{ч}} = N_0 - n_1 \cdot t$$

Тогда $0 = N_0 - n_1 \cdot t_1$, где t_1 — искомое время.

$$t_1 = \frac{N_0}{n_1} = \frac{180}{5} = 36 \text{ мин}$$

б) К тому моменту, когда закончатся чёрные, в ящик будет добавлено

$$N_{\text{иск}} = n_2 \cdot t_1 = n_2 \cdot \frac{N_0}{n_1} = 4 \cdot \frac{180}{5} = 144.$$

в) Условие равенства количества чёрных и белых шариков:

$$N_0 - n_1 \cdot t_2 = n_2 \cdot t_2$$

Тогда

$$t_2 = \frac{N_0}{n_1 + n_2} = \frac{180}{4 + 5} = 20 \text{ мин}$$

г) Поскольку количество лопающихся за минуту чёрных шариков превышает количество добавляемых белых шариков, пока не полопаются все черные шарики, общее количество шариков в ящике будет уменьшаться. Когда чёрные шарики закончатся, белых будет

$$N_{\text{иск}} = \frac{n_2}{n_1} \cdot N_0.$$

Тогда спустя время

$$\Delta t = \frac{N_0 - N_{\text{иск}}}{n_2}$$

в ящике будет снова N_0 шариков.

$$t_3 = t_1 + \Delta t = \frac{N_0}{n_1} + \frac{N_0 - n_2 \frac{N_0}{n_1}}{n_2} = \frac{N_0}{n_2} = \frac{180}{4} = 45 \text{ мин}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	N_0	n_1	n_2	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ (пункт г)
1	180	5	4	36	144	20	45
2	200	4	1	50	50	40	200
3	240	4	2	60	120	40	120
4	210	5	2	42	84	30	105
5	120	6	2	20	40	15	60
6	126	7	2	18	36	14	63
7	80	8	2	10	20	8	40
8	180	9	3	20	60	15	60
9	60	3	2	20	40	12	30
10	360	5	3	72	216	45	120
11	180	5	4	36	144	20	45
12	360	6	4	60	240	36	90
13	90	6	3	15	45	10	30
14	120	8	2	15	30	12	60
15	60	4	2	15	30	10	30
16	120	8	4	15	60	10	30
17	180	3	1	60	60	45	180
18	180	3	2	60	120	36	90
19	900	5	4	180	720	100	225
20	480	5	3	96	288	60	160

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!



Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1.

Кот Матроскин в Простоквашино обзавёлся огородом. Для полива грядок в жаркое время года кот установил два бака под воду: маленький объёмом $V_1 = 50$ л и большой объёмом $V_2 = 150$ л. Для заполнения баков водой Матроскин выработал следующий алгоритм действий. Положив поливочный шланг в маленький бак, Матроскин идёт к крану, к которому подключён шланг, открывает его и идёт к бакам. Подойдя к бакам, он ждёт заполнения малого бака ещё $t_1 = 20$ секунд, после чего переключает шланг в большой бак. Поставив после этого около баков ещё $t_2 = 120$ секунд, кот идёт к крану и закрывает его. В результате большой бак также оказывается заполнен водой доверху, причём вода на землю не выливается. Скорость передвижения Матроскина v всё время одинаковая и равна 0.8 м/с.

а) Сколько времени Матроскин идёт от баков до крана? Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [29; 31]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

б) Чему равно расстояние от баков до крана? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [23; 25]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Какой объём воды протекает через шланг за одну секунду? Ответ выразите в литрах в секунду, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.9; 1.1]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) При какой минимальной скорости Матроскин будет успевать подойти к бакам до момента, когда вода начнёт вытекать наружу? Ответ выразите в м/с, округлите до сотых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [0.46; 0.5]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Пусть q — объёмный расход воды через шланг, t — время, за которое Матроскин преодолевает расстояние от крана до баков. Тогда

$$V_1 = q(t + t_1), \quad V_2 = q(t + t_2).$$

Поделив второе уравнение на первое, получим

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{t + t_2}{t + t_1}.$$

После подстановки данных из условия

$$3 = \frac{120 + t}{20 + t},$$

откуда $t = 30$ сек.

б) Умножая скорость Матроскина на время его движения от баков до крана, получаем

$$S = vt = 24 \text{ м.}$$

в) Первый бак заполняется за время $t + t_1 = 50$ сек. Объём бака равен $V_1 = 50$ л. Поэтому за секунду через шланг протекает

$$q = \frac{V_1}{t + t_1} = 1 \frac{\text{л}}{\text{с}}.$$

г) Бак меньшего объёма заполняется за время $t + t_1$. За это же время Матроскин должен успевать пройти расстояние от крана до баков. Значит, его скорость должна быть не меньше, чем

$$v_{\min} = \frac{S}{t + t_1} = 0.48 \text{ м/с.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	V_1 , л	V_2 , л	t_1 , с	t_2 , с	v , м/с	Ответ в диапазоне (пункт а)		Ответ в диапазоне (пункт б)	
1	50	150	20	120	0.80	29	31	23	25
2	75	225	30	180	1.20	44	46	53	55

№ варианта	V_1 , л	V_2 , л	t_1 , с	t_2 , с	v , м/с	Ответ в диапазоне (пункт а)		Ответ в диапазоне (пункт б)	
3	60	150	25	140	1.00	51	53	51	53
4	100	200	40	120	0.90	39	41	35	37
5	120	200	40	90	0.75	34	36	25	27
6	50	200	25	150	1.10	16	18	17	19
7	200	300	90	150	1.50	29	31	44	46
8	80	200	30	120	1.30	29	31	38	40
9	90	150	40	100	1.40	49	51	69	71
10	100	150	40	80	1.00	39	41	39	41
11	60	120	35	90	0.90	19	21	17	19
12	150	250	60	120	1.25	29	31	37	39
13	80	150	40	120	0.90	50	52	45	47
14	60	120	30	90	0.80	29	31	23	25
15	110	220	50	130	1.30	29	31	38	40
16	90	180	45	140	1.10	49	51	54	56
17	140	250	60	130	1.40	28	30	40	42
18	130	200	60	110	1.20	32	34	38	40
19	80	140	40	90	1.30	26	28	34	36
20	160	240	90	160	1.40	49	51	69	71

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	V_1 , л	V_2 , л	t_1 , с	t_2 , с	v , м/с	Ответ в диапазоне (пункт в)		Ответ в диапазоне (пункт г)	
1	50	150	20	120	0.80	0.9	1.1	0.46	0.50
2	75	225	30	180	1.20	0.9	1.1	0.70	0.74
3	60	150	25	140	1.00	0.7	0.9	0.65	0.69
4	100	200	40	120	0.90	1.2	1.4	0.43	0.47
5	120	200	40	90	0.75	1.5	1.7	0.33	0.37
6	50	200	25	150	1.10	1.1	1.3	0.42	0.46
7	200	300	90	150	1.50	1.6	1.8	0.36	0.40
8	80	200	30	120	1.30	1.2	1.4	0.63	0.67
9	90	150	40	100	1.40	0.9	1.1	0.76	0.80
10	100	150	40	80	1.00	1.2	1.4	0.48	0.52
11	60	120	35	90	0.90	1.0	1.2	0.31	0.35
12	150	250	60	120	1.25	1.6	1.8	0.40	0.44
13	80	150	40	120	0.90	0.8	1.0	0.49	0.53
14	60	120	30	90	0.80	0.9	1.1	0.38	0.42
15	110	220	50	130	1.30	1.3	1.5	0.47	0.51
16	90	180	45	140	1.10	0.8	1.0	0.56	0.60
17	140	250	60	130	1.40	1.5	1.7	0.44	0.48
18	130	200	60	110	1.20	1.3	1.5	0.40	0.44
19	80	140	40	90	1.30	1.1	1.3	0.50	0.54

№ варианта	V_1 , л	V_2 , л	t_1 , с	t_2 , с	v , м/с	Ответ в диапазоне (пункт в)		Ответ в диапазоне (пункт г)	
						1.0	1.2	0.48	0.52
20	160	240	90	160	1.40	1.0	1.2	0.48	0.52

Задание 2. Вариант 1.

Юный волшебник обнаружил на старом складе магических вещей тяжёлый посох длиной $L = 180$ см, лежащий на полу. С помощью взятого из физической лаборатории большого динамометра он определил, что вертикальная сила F_1 , которую необходимо прикладывать к вершине посоха, чтобы оторвать её от пола, равняется 250 Н, а сила F_2 , которую необходимо прикладывать к основанию для его отрыва от пола, равняется 350 Н.

а) К какому концу ближе располагается центр масс посоха?

Ответ:

- ✓ К основанию
- К вершине
- Центр масс находится посередине посоха

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Определите вес посоха. Ответ выразите в ньютонах, округлите до целых.

Ответ: 600

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

в) Волшебник решил приложить силу к точке ровно посередине посоха. Какое значение покажет динамометр в момент отрыва одного из концов посоха от земли? Ответ выразите в ньютонах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [495; 505]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Какой из концов посоха первым оторвётся от земли при приложении силы посередине при её постепенном увеличении до момента отрыва?

Ответ:

- ✓ Вершина
- Основание
- Основание и вершина оторвутся одновременно

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Пусть расстояние от одного из концов посоха до центра масс равно l . Запишем правило моментов при отрыве этого конца от пола силой F , приняв за ось вращения другой конец посоха, который продолжает при этом касаться пола.

$$mg(L - l) = FL.$$

Отсюда

$$l = L \left(1 - \frac{F}{mg} \right).$$

Чем больше значение F , тем меньше значение l . Это вполне очевидный факт — чем ближе центр масс к какому-то из концов, тем больше усилие, необходимое для отрыва посоха от пола при приложении силы к этому концу. Сила, приложенная к основанию, больше, поэтому центр масс ближе к основанию.

б) Запишем правило моментов аналогично предыдущему вопросу поочерёдно для разных концов посоха.

$$mg(L - l_1) = F_1 L, \quad mg(L - l_2) = F_2 L.$$

Сложив левые и правые части этих уравнения, получим:

$$mg(2L - l_1 - l_2) = (F_1 + F_2)L.$$

С учётом того, что $l_1 + l_2 = L$, из последнего уравнения получаем $mg = F_1 + F_2 = 600$ Н. Примечателен сам результат (если немного поразмышлять, он вполне очевиден) — сумма сил, которые необходимо поочерёдно прикладывать к концам посоха, в точности равна действующей на него силе тяжести.

в) При приложении силы посередине плечо этой силы вдвое меньше, чем плечо силы, приложенной к концу посоха. Значит, и сила, приложенная посередине, должна быть вдвое больше силы, которую необходимо прикладывать к концу для его отрыва от земли. При этом отрываться от земли будет тот конец, для которого нужна меньшая сила,

то есть вершина (см. ответ на вопрос 4). Следовательно, силы, приложенные к середине и к вершине посоха, должны отличаться в два раза, то есть $F_{\text{ср}} = 2F_1 = 500 \text{ Н}$.

г) Представим, что посох пытаются подвесить за середину. Если центр масс посоха смещён к одному из концов, посох начнёт поворачиваться так, чтобы этот конец опускался. При попытке поднять лежащий на полу посох за середину тот начнёт поворачиваться в том же направлении. Это значит, что от пола оторвётся конец, который дальше отстоит от центра масс. В нашем случае это вершина посоха.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

Пункты б–в)

№ варианта	L , см	F_1 , Н	F_2 , Н	Ответ (пункт б)	Ответ в диапазоне (пункт в)	
1	180	250	350	600	495	505
2	160	200	300	500	395	405
3	170	220	260	480	435	445
4	175	180	240	420	355	365
5	200	200	250	450	395	405
6	150	175	250	425	345	355
7	155	150	230	380	295	305
8	165	140	210	350	275	285
9	185	210	270	480	415	425
10	195	140	240	380	275	285
11	210	160	240	400	315	325
12	180	180	270	450	355	365
13	160	170	250	420	335	345
14	170	130	200	330	255	265
15	175	120	180	300	235	245
16	200	100	160	260	195	205
17	150	130	170	300	255	265
18	155	125	190	315	245	255
19	165	90	180	270	175	185
20	185	110	160	270	215	225

Задание 3. Вариант 1.

На экспериментальном туре олимпиады по физике школьникам 8 класса было выдано следующее оборудование: стеклянный бутылёк, электронные весы, сосуд с водой, шприц. С помощью шприца Ваня определил, что в заполненный доверху водой бутылёк входит ровно $V = 30$ мл воды. Масса пустого бутылёка M , которую Ваня определил с помощью электронных весов, равнялась 40 г. Также Ваня обнаружил, что если в пустой бутылёк добавить $\Delta V = 6$ мл воды, то он будет плавать в сосуде таким образом, что уровень воды снаружи совпадёт с верхним краем его горлышка. Плотность воды равна $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$.

а) Чему равен внешний объём бутылёка? Ответ выразите в миллилитрах, округлите до целых.

Ответ: 46

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Какой объём масла с плотностью $\rho_1 = 0.8 \text{ г/см}^3$ надо налить в пустой бутылёк, чтобы он также плавал в сосуде с водой, погрузившись по горлышко? Ответ выразите в миллилитрах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [7.4; 7.6]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Чему равна плотность стекла, из которого сделан бутылёк? Ответ выразите в г/см^3 , округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [2.4; 2.6]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Все ёмкости опустошили и выдали школьникам вместо воды раствор соли с плотностью $\rho_2 > \rho_0$. В пустой бутылёк налили ΔV_2 раствора так, чтобы бутылёк плавал в сосуде с этим же раствором, погрузившись по горлышко. Как соотносится этот объём с объёмом ΔV в эксперименте с водой?

Ответ:

- ✓ $\Delta V_2 > \Delta V$
- $\Delta V_2 = \Delta V$
- $\Delta V_2 < \Delta V$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) При плавании сила тяжести равна силе Архимеда. Сила тяжести, действующая на бутылёк с $\Delta V = 6$ мл, равна $mg + \rho \Delta V g$. Сила Архимеда при этом $F_A = \rho V_{\text{внеш}} g$, так как бутылёк полностью погружён в воду.

$$mg + \rho \Delta V g = \rho V_{\text{внеш}} g, \quad V_{\text{внеш}} = \frac{m}{\rho} + \Delta V = 46 \text{ мл.}$$

б) Чтобы бутылёк, как и в первом случае, был полностью погружён в жидкость, масса масла должна равняться массе воды объёмом ΔV . Отсюда

$$\Delta V_{\text{масла}} = \frac{\rho \Delta V}{\rho_1} = 7.5 \text{ мл.}$$

в) Объём стенок бутылка $V_{\text{ст}} = V_{\text{внеш}} - V = 16$ мл. Тогда плотность стекла

$$\rho_{\text{ст}} = \frac{m}{V_{\text{ст}}} = 2.5 \text{ г/см}^3.$$

г) При ответе на первый вопрос была получена формула $V_{\text{внеш}} = \frac{m}{\rho} + \Delta V$. Из неё видно, что при увеличении плотности жидкости ΔV тоже увеличивается. Таким образом, при использовании вместо воды раствора соли потребуется долить $\Delta V_2 > \Delta V$ последнего.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты а–в)

№ варианта	V, мл	M, г	ΔV , мл	Плотность масла, г/см ³	Ответ (пункт а)	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)	
1	30	40	6	0.80	46	7.4	7.6	2.4	2.6
2	35	45	8	0.75	53	10.6	10.8	2.4	2.6
3	25	35	5	0.85	40	5.8	6.0	2.2	2.4
4	40	54	8	0.90	62	8.8	9.0	2.4	2.6
5	39	56	7	0.70	63	9.9	10.1	2.2	2.4
6	32	42	4	0.80	46	4.9	5.1	2.9	3.1
7	45	62	6	0.75	68	7.9	8.1	2.6	2.8
8	42	57	5	0.85	62	5.8	6.0	2.8	3.0
9	37	48	6	0.90	54	6.6	6.8	2.7	2.9
10	25	30	7	0.70	37	9.9	10.1	2.4	2.6
11	50	68	8	0.80	76	9.9	10.1	2.5	2.7
12	48	66	9	0.75	75	11.9	12.1	2.3	2.5
13	42	56	10	0.85	66	11.7	11.9	2.2	2.4
14	52	76	5	0.90	81	5.5	5.7	2.5	2.7
15	54	74	6	0.70	80	8.5	8.7	2.7	2.9
16	37	55	7	0.80	62	8.7	8.9	2.1	2.3
17	43	56	8	0.75	64	10.6	10.8	2.6	2.8
18	46	58	9	0.85	67	10.5	10.7	2.7	2.9

№ варианта	V , мл	M , г	ΔV , мл	Плотность масла, г/см ³	Ответ (пункт а)	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)	
19	28	32	10	0.90	42	11.0	11.2	2.2	2.4
20	38	54	6	0.70	60	8.5	8.7	2.4	2.6

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!



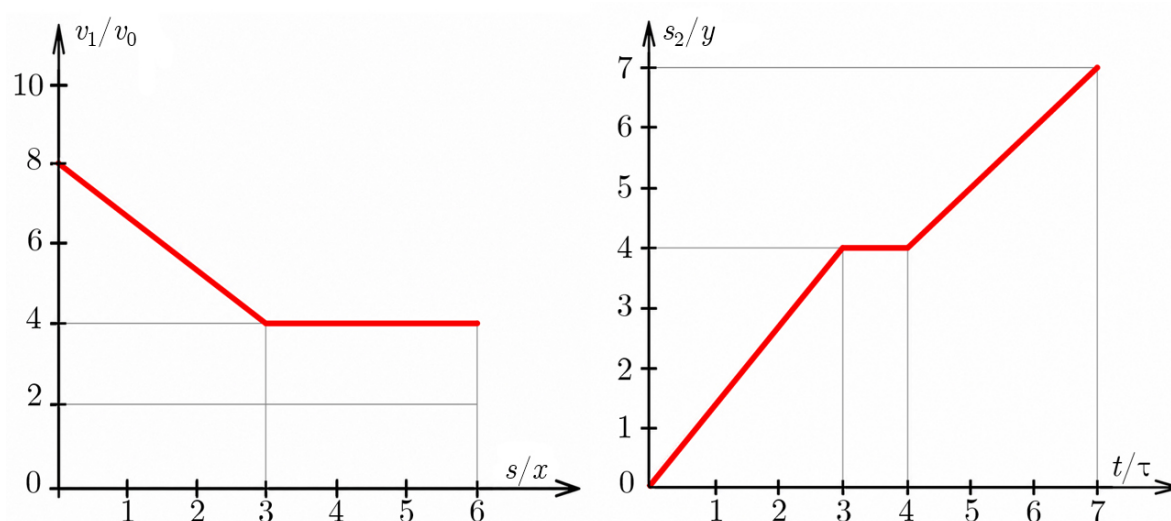
Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1.

На реке Нева в Санкт-Петербурге курсируют два экскурсионных катера. На борту каждого катера установлена система AIS — автоматическая идентификационная система, передающая другим судам и береговым службам сведения о местоположении, курсе и скорости судна.



Зависимости скорости $v_1(s)$ первого катера от пройденного пути и пути $s_2(t)$ второго катера от времени изображены на графиках, где $v_0 = 1$ км/ч, $x = 0.5$ км, $y = 1$ км, $\tau = 10$ мин.



а) Какой путь прошёл за время экскурсии первый катер? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 3000

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) С какой наименьшей скоростью шёл первый катер? Ответ выразите в м/мин, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [66; 68]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Какой путь прошёл за время экскурсии второй катер? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 7000

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) С какой наибольшей скоростью шёл второй катер? Ответ выразите в м/мин, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [132; 134]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Чему равна средняя путевая скорость второго катера? Ответ выразите в м/мин, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [99; 101]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Пройденный путь отложен на первом графике по оси абсцисс. Первый катер прошёл $s_1 = 6x = 3 \text{ км} = 3000 \text{ м}$.

б) Скорость первого катера отложена на первом графике по оси ординат. Наименьшая величина скорости 4 км/ч (на втором участке). Выразим в требуемых единицах $v_{1\min} = 4 \text{ км/ч} = 4000 \text{ м}/60 \text{ мин} = 67 \text{ м/мин}$.

Ответ засчитывается в диапазоне [66; 68] м/мин.

в) Пройденный путь отложен на втором графике по оси ординат. Второй катер прошёл $s_2 = 7y = 7 \text{ км} = 7000 \text{ м}$.

г) Скорость второго катера определим по графику зависимости пройденного пути от времени как наибольший угловой коэффициент наклона прямой:

$$v_{2\max} = \frac{4y}{3\tau} = 0.1 \text{ км/мин} = 8.0 \text{ км/ч} \approx 133 \text{ м/мин}.$$

Ответ засчитывается в диапазоне [132; 134] м/мин.

д) Примем среднюю скорость за такую скорость равномерного движения, двигаясь с которой, тело пройдёт тот же путь за то же самое время, что и на графике. Средняя скорость второго катера $v_{2\text{ср}} = s_2/t_2 = 0.1 \text{ км/мин} = 100 \text{ м/мин}$.

Ответ засчитывается в диапазоне [99; 101] м/мин.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	v_0 , км/ч	x , км	y , км	τ , мин	Ответ (пункт а)	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ (пункт в)
1	1.0	0.5	1.0	10	3000	66	68	7000
2	0.5	0.6	1.1	12	3600	32	34	7700
3	0.6	0.7	1.2	14	4200	39	41	8400
4	0.7	0.8	1.3	15	4800	46	48	9100
5	0.8	0.9	1.4	16	5400	52	54	9800
6	0.9	1.0	1.5	18	6000	59	61	10500
7	1.0	1.1	1.6	16	6600	66	68	11200
8	1.1	1.2	1.5	17	7200	72	74	10500
9	1.2	1.3	1.6	18	7800	79	81	11200
10	1.3	1.4	1.9	19	8400	86	88	13300
11	0.5	1.5	1.8	20	9000	32	34	12600
12	0.6	1.6	2.1	21	9600	39	41	14700
13	0.7	1.7	1.6	22	10200	46	48	11200
14	0.8	1.8	1.7	23	10800	52	54	11900
15	0.9	1.9	1.8	24	11400	59	61	12600
16	1.0	2.0	1.9	25	12000	66	68	13300
17	1.1	2.1	2.0	26	12600	72	74	14000
18	1.2	2.2	2.1	27	13200	79	81	14700
19	1.3	2.3	2.2	28	13800	86	88	15400
20	1.4	2.4	2.3	29	14400	92	94	16100

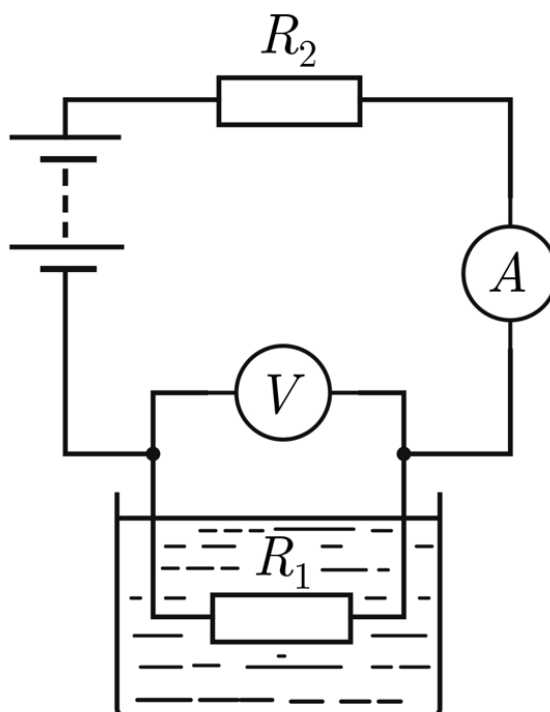
Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	v_0 , км/ч	x , км	y , км	τ , мин	Ответ в диапазоне (пункт г)		Ответ в диапазоне (пункт д)	
1	1.0	0.5	1.0	10	132	134	99	101
2	0.5	0.6	1.1	12	121	123	91	93
3	0.6	0.7	1.2	14	113	115	85	87
4	0.7	0.8	1.3	15	115	117	86	88

№ варианта	v_0 , км/ч	x , км	y , км	τ , мин	Ответ в диапазоне (пункт г)		Ответ в диапазоне (пункт д)	
5	0.8	0.9	1.4	16	116	118	87	89
6	0.9	1.0	1.5	18	110	112	82	84
7	1.0	1.1	1.6	16	132	134	99	101
8	1.1	1.2	1.5	17	117	119	87	89
9	1.2	1.3	1.6	18	118	120	88	90
10	1.3	1.4	1.9	19	132	134	99	101
11	0.5	1.5	1.8	20	119	121	89	91
12	0.6	1.6	2.1	21	132	134	99	101
13	0.7	1.7	1.6	22	96	98	72	74
14	0.8	1.8	1.7	23	98	100	73	75
15	0.9	1.9	1.8	24	99	101	74	76
16	1.0	2.0	1.9	25	100	102	75	77
17	1.1	2.1	2.0	26	102	104	76	78
18	1.2	2.2	2.1	27	103	105	77	79
19	1.3	2.3	2.2	28	104	106	78	80
20	1.4	2.4	2.3	29	105	107	78	80

Задание 2. Вариант 1.

В калориметре с водой массой $M = 500$ г и электрической спиралью сопротивлением R_1 плавает кусок льда массой $m = 300$ г.



Напряжение на источнике постоянно и равно $U_0 = 110$ В. Временем установления теплового равновесия пренебрегите. После подключения цепи к источнику идеальный амперметр показывает ток $I = 2$ А, идеальный вольтметр показывает напряжение $U = 10$ В. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ Дж/г. Удельная теплоёмкость воды $c = 4.2$ Дж/(г $\cdot$ $^{\circ}$ С), удельная теплота парообразования воды при 100°C $L = 2300$ Дж/г. Теплообменом с окружающей средой, а также теплоёмкостью калориметра, спирали и соединительных проводов пренебрегите; процессы происходят при нормальном атмосферном давлении.

а) Чему равно сопротивление R_1 спирали? Ответ выразите в омах, округлите до целых.

Ответ: 5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Чему равно сопротивление R_2 ? Ответ выразите в омах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [49; 51]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Чему равна электрическая мощность, выделяющаяся на спирали R_1 ? Ответ выразите в ваттах, округлите до целых.

Ответ: 20

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

г) На какое время следует подключить цепь к источнику, чтобы объём выступающей из воды части льда уменьшился в $n = 3$ раза? Перед замыканием ключа система находилась в тепловом равновесии. Считайте, что потеря энергии в калориметре не происходит. Кусок льда не касается электрической спирали, дна и стенок калориметра. Ответ выразите в минутах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [56; 58]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

д) Через какое время непрерывной работы, считая от момента подключения к источнику, весь лёд в калориметре растает? Ответ выразите в минутах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [84; 86]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) Через какое время непрерывной работы, считая от момента подключения к источнику, вода в калориметре закипит? Ответ выразите в минутах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [364; 366]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) $R_1 = U/I = 10 \text{ В} / 2 \text{ А} = 5 \text{ Ом}$.

б) $R_2 = (U_0 - U)/I = (110 \text{ В} - 10 \text{ В}) / (2 \text{ А}) = 50 \text{ Ом}$.

Ответ засчитывается в диапазоне [49; 51] Ом.

в) $P = I \cdot U = 20 \text{ Вт}$.

г) Лёд и вода находятся в состоянии теплового равновесия при температуре плавления льда 0°C . Объём надводной части плавающего льда составляет $1/10$ часть всего объема. Если объём надводной части уменьшился в n раз, то объём подводной части уменьшился во столько же раз. Значит, объём (и масса) куса льда уменьшились в n раз. Значит, в результате теплопередачи расплавилась масса $m_{\text{пл}} = (1 - 1/n)t = 200 \text{ г}$ льда. Лёду было передано $Q_{\text{пл}} = \lambda m_{\text{пл}} = 68 \text{ кДж}$ энергии. По закону Джоуля — Ленца $Q = I^2 R_1 \tau$, откуда время нагревания $\tau_1 = Q/P = 3400 \text{ с} = 57 \text{ мин}$.

Ответ засчитывается в диапазоне [56; 58] мин.

д) Для плавления оставшейся $1/n$ части льда при температуре плавления будет затрачено время, пропорциональное массе оставшейся части $3400 \text{ с} : 2 = 1700 \text{ с}$. Время плавления льда от момента замыкания цепи составляет $\tau_2 = 3400 \text{ с} + 1700 \text{ с} = 5100 \text{ с} = 85 \text{ мин}$.

Ответ засчитывается в диапазоне [84; 86] мин.

е) Для нагревания воды массой $m + M = 800 \text{ г}$ от 0°C до 100°C потребуется $Q_{\text{нагр}} = c(m + M)\Delta t = 336 \text{ кДж}$ энергии. Значит, время нагревания $\tau = Q/P = 16800 \text{ с}$. С момента замыкания цепи пройдёт $\tau_3 = 5100 \text{ с} + 16800 \text{ с} = 21900 \text{ с} = 365 \text{ мин}$.

Ответ засчитывается в диапазоне [364; 366] мин.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	M , г	m , г	n , раз(а)	U_0 , В	U , В	I , А	Ответ (пункт а)	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ (пункт в)
1	500	300	3	110	10	2	5	49	51	20
2	550	250	4	100	20	4	5	19	21	80
3	600	200	5	90	30	5	6	11	13	150
4	650	300	6	80	40	2	20	19	21	80
5	700	250	3	70	50	5	10	3	5	250

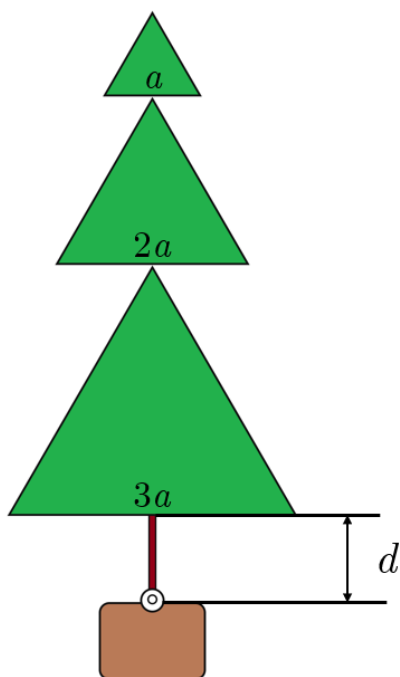
№ варианта	M , г	m , г	n , раз(а)	U_0 , В	U , В	I , А	Ответ (пункт а)	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ (пункт в)
6	750	200	4	90	60	4	15	7	9	240
7	800	300	5	100	70	2	35	14	16	140
8	850	250	6	110	80	2	40	14	16	160
9	900	200	3	120	90	1	90	29	31	90
10	950	300	4	130	100	2	50	14	16	200
11	400	150	5	40	10	1	10	29	31	10
12	1050	200	6	50	20	2	10	14	16	40
13	1100	300	3	60	30	3	10	9	11	90
14	1150	250	4	70	40	5	8	5	7	200
15	1200	200	5	80	50	2	25	14	16	100
16	1250	300	6	90	60	3	20	9	11	180
17	1200	250	3	100	70	2	35	14	16	140
18	1350	200	4	110	80	4	20	7	9	320
19	1400	300	5	120	90	2	45	14	16	180
20	1450	250	6	130	100	2	50	14	16	200

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	M , г	m , г	n , раз(а)	U_0 , В	U , В	I , А	Ответ в диапазоне (пункт г)		Ответ в диапазоне (пункт д)		Ответ в диапазоне (пункт е)	
1	500	300	3	110	10	2	56	58	84	86	364	366
2	550	250	4	100	20	4	12	14	17	19	87	89
3	600	200	5	90	30	5	5	7	7	9	44	46
4	650	300	6	80	40	2	17	19	20	22	103	105
5	700	250	3	70	50	5	3	5	5	7	31	33
6	750	200	4	90	60	4	3	5	4	6	31	33
7	800	300	5	100	70	2	9	11	11	13	66	68
8	850	250	6	110	80	2	6	8	8	10	56	58
9	900	200	3	120	90	1	7	9	12	14	97	99
10	950	300	4	130	100	2	5	7	8	10	51	53
11	400	150	5	40	10	1	67	69	84	86	469	471
12	1050	200	6	50	20	2	23	25	27	29	246	248
13	1100	300	3	60	30	3	12	14	18	20	127	129
14	1150	250	4	70	40	5	4	6	6	8	55	57
15	1200	200	5	80	50	2	8	10	10	12	108	110
16	1250	300	6	90	60	3	7	9	8	10	69	71
17	1200	250	3	100	70	2	6	8	9	11	82	84
18	1350	200	4	110	80	4	2	4	3	5	36	38
19	1400	300	5	120	90	2	7	9	8	10	75	77
20	1450	250	6	130	100	2	5	7	6	8	66	68

Задание 3. Вариант 1.

Дед Мороз, готовясь к встрече Нового 2027 года, испытывает модель новогодней ёлки, крона которой представляет собой три равносторонних треугольника со сторонами a , $2a$ и $3a$, где $a = 10$ см, а ствол — прямоугольник высотой $d = 10$ см, шарнирно закреплённый на подставке.



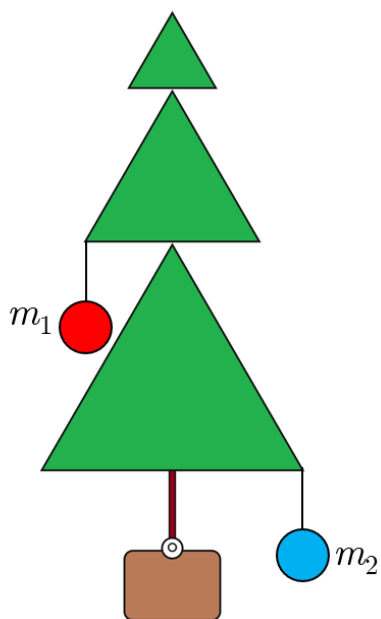
а) Какой тип равновесия характерен для ёлки в вертикальном положении без шаров?

Ответ:

- Устойчивое
- ✓ Неустойчивое
- Безразличное

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) В каком направлении относительно шарнира повернётся ёлка, если к вершинам треугольников на невесомых нитях подвесить шары массами $m_1 = 300$ г и $m_2 = 700$ г?

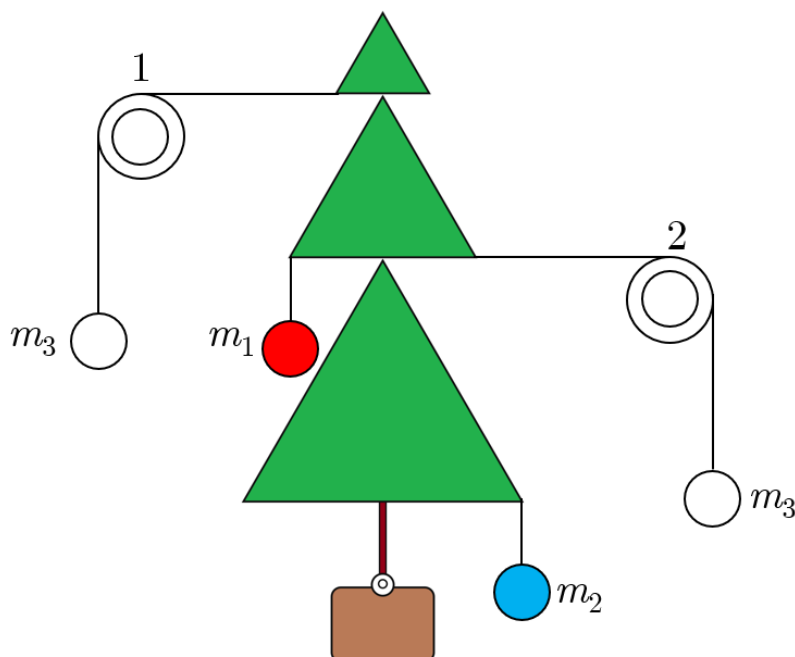


Ответ:

- Против часовой стрелки
- ✓ По часовой стрелке
- Ёлка останется в вертикальном положении

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Чтобы удержать ёлку в вертикальном положении, Дед Мороз использовал идеальный блок.



К какому из блоков следует подвесить шар, чтобы обеспечить равновесие ёлки в вертикальном положении?

Ответ:

- ✓ 1
- 2
- Ни к одному из блоков, т. к. ёлка стояла ровно

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Чему должна быть равна масса шара m_3 ? После подвешивания шара система находится в равновесии в вертикальном положении. Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [140; 142]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) При небольшом отклонении от положения равновесия модель ёлки будет удаляться от него под действием момента силы тяжести. Это неустойчивое равновесие.

б) Вычислим модули моментов сил веса шаров, действующих на елку, относительно точки крепления модели (шарнира): $M_1 = F_1 d_1 = m_1 g a = 0.3 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $M_2 = F_2 d_2 = m_2 g \cdot 1.5a = 1.05 \text{ Н}\cdot\text{м}$. $M_1 < M_2$, ёлка повернётся по часовой стрелке.

в) Чтобы удержать елку в вертикальном положении, следует подвесить шар к блоку 1.

г) Вес шара массой m_3 должен создавать вращающий момент $M_3 = M_2 - M_1 = 0.75 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Плечо этой силы равно $d_3 = d + 2.5\sqrt{3}a = 0.533 \text{ м}$. Величина силы $F_3 = M_3/d_3 = 1.407 \text{ Н}$, масса шара $m_3 = F_3/g = 0.1407 \text{ кг} = 141 \text{ г}$.

Ответ засчитывается в диапазоне [140; 142] г.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты б–г

№ варианта	a , см	d , см	m_1 , г	m_2 , г	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ в диапазоне (пункт г)	
1	10	10	300	700	по часовой стрелке	к блоку 1	140	142
2	20	20	200	300	по часовой стрелке	к блоку 1	46	48
3	25	10	150	400	по часовой стрелке	к блоку 1	94	96
4	35	20	50	450	по часовой стрелке	к блоку 1	127	129
5	45	15	150	350	по часовой стрелке	к блоку 1	79	81
6	50	20	200	200	по часовой стрелке	к блоку 1	20	22

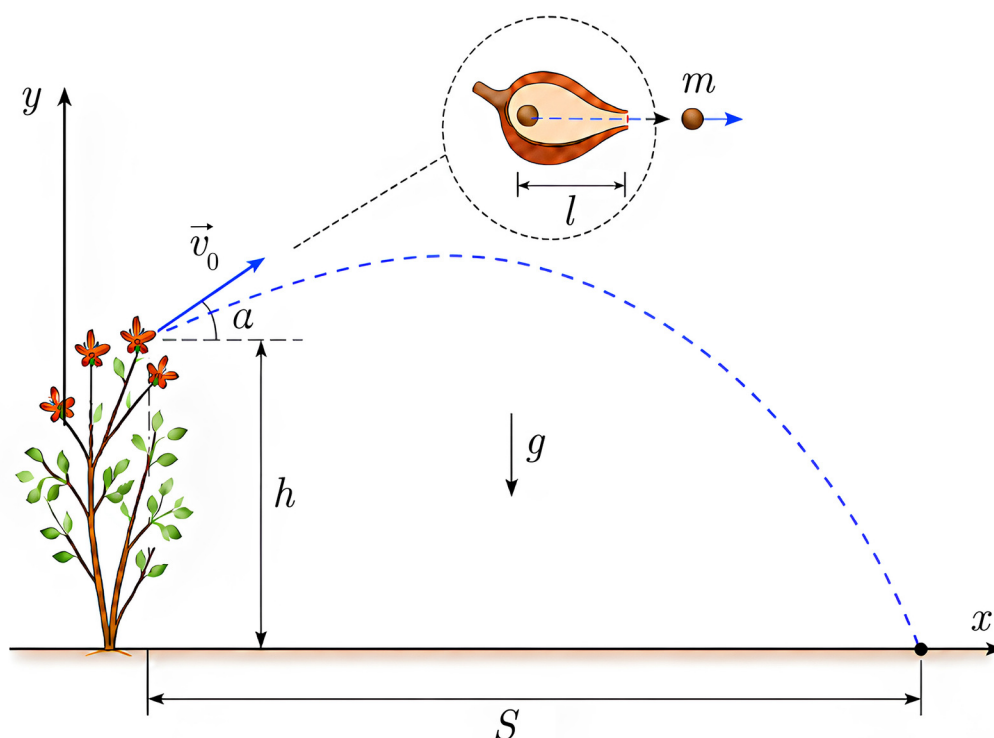
№ варианта	a , см	d , см	m_1 , г	m_2 , г	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ в диапазоне (пункт г)	
7	65	20	400	350	по часовой стрелке	к блоку 1	26	28
8	70	10	450	700	по часовой стрелке	к блоку 1	133	135
9	15	20	300	600	по часовой стрелке	к блоку 1	105	107
10	20	10	250	400	по часовой стрелке	к блоку 1	71	73
11	30	20	150	400	по часовой стрелке	к блоку 1	89	91
12	35	10	100	500	по часовой стрелке	к блоку 1	140	142
13	15	15	250	100	против часовой стрелки	к блоку 2	18	20
14	30	15	500	100	против часовой стрелки	к блоку 2	71	73
15	40	10	350	100	против часовой стрелки	к блоку 2	43	45
16	55	10	300	150	против часовой стрелки	к блоку 2	16	18
17	60	15	350	200	против часовой стрелки	к блоку 2	10	12
18	10	15	500	200	против часовой стрелки	к блоку 2	33	35
19	25	15	200	100	против часовой стрелки	к блоку 2	9	11
20	40	15	200	50	против часовой стрелки	к блоку 2	26	28

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!



Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Средиземноморский кустарник дорикниум цветёт с середины мая до конца июля. Когда плоды созревают и высыхают, их створки раскрываются, разбрасывая семена, — это помогает распространяться по местообитанию и снижает внутривидовую конкуренцию. Механика полёта семян дорикниума сложна — в реальности движение семени может сопровождаться вращением и воздействием сопротивления воздуха. Мы будем рассматривать более простую модель, считая, что вращения нет, а при движении на семена действует только сила тяжести.



Сопротивлением воздуха, ветром и размером семени пренебрегите. Ускорение свободного падения 10 м/с^2 . Начальная скорость всех вылетающих семян $v_0 = 5.35 \text{ м/с}$, семена могут вылетать под разными углами к горизонту.

а) Некоторое семя вылетает горизонтально при $h = 70 \text{ см}$. Через какое время семя упадёт на землю? Ответ выразите в секундах, округлите до сотых.

Ответ: 0.37

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) На какую максимальную высоту над землёй могут подняться семена, вылетающие из того же плода, что и в предыдущем вопросе? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: 213

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Рассмотрим теперь плод, находящийся у земли. Под каким углом к горизонту из него могли вылететь семена, обнаруженные на расстоянии 1.43 м ? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Если таких углов не существует, в ответ запишите 0. Ответ выразите в градусах, округлите до целых.

Ответ: 15, 75

Критерий оценивания: за каждый верный ответ — 2 балла. Всего — 4 балла. Количество выбранных пунктов — не более 2

г) Известно, что $m = 0.02$ г, а $l = 2$ мм. Будем считать, что семя равноускоренно разгоняется и вылетает горизонтально. Определите среднюю разгоняющую силу, действующую на семя во время «выстрела». Ответ выразите в ньютонах, округлите до сотых.

Ответ: 0.14

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) При горизонтальном броске с высоты h вертикальная составляющая начальной скорости равна нулю. Время падения определяется только высотой:

$$h = \frac{gt^2}{2}, \implies t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.7}{10}} = \sqrt{0.14} \approx 0.3742 \text{ с.}$$

б) Максимальная высота достигается при вертикальном выстреле вверх.

$$H_{\max} = h + \frac{v_0^2}{2g} = 0.70 + \frac{(5.35)^2}{20} \approx 2.13 \text{ м} = 213 \text{ см.}$$

в) При броске с поверхности земли ($h = 0$) дальность полёта:

$$S = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}.$$

Отсюда

$$\sin 2\alpha = \frac{Sg}{v_0^2} = \frac{14.3}{(5.35)^2} = 0.4996.$$

Находим 2α :

$$2\alpha = \arcsin(0.4996) \approx 30^\circ \text{ или } 2\alpha = 180^\circ - 30^\circ, \text{ поэтому } \alpha_1 = 15^\circ, \alpha_2 = 75^\circ.$$

г) При равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью

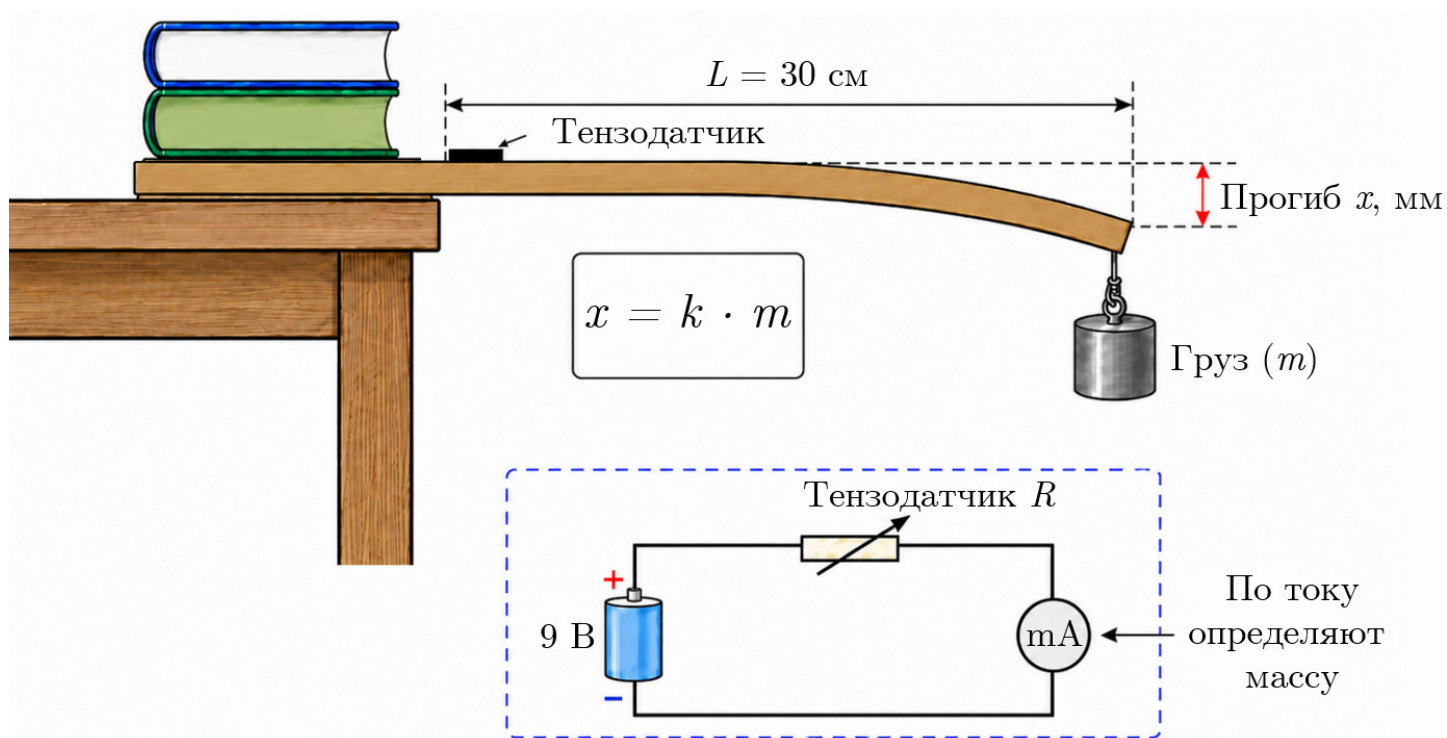
$$v_0^2 = 2al, \implies a = \frac{v_0^2}{2l} = \frac{(5.35)^2}{0.004} \approx 7156 \text{ м/с}^2.$$

Средняя сила $F = ma = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 7156 \approx 0.14 \text{ Н.}$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

№ варианта	v , м/с	h , см	S_4 , м	m , г	l , мм	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ (пункт г)
1	5.35	70	1.43	0.020	2.0	0.37	213	15; 75	0.14
2	4.00	45	0.55	0.020	2.0	0.30	125	10; 80	0.08
3	4.20	50	0.88	0.020	2.5	0.32	138	15; 75	0.07
4	4.40	55	1.24	0.030	3.0	0.33	152	20; 70	0.10
5	4.60	60	1.62	0.030	2.0	0.35	166	25; 65	0.16
6	4.80	65	2.00	0.040	4.0	0.36	180	30; 60	0.12
7	5.00	70	2.35	0.020	2.5	0.37	195	35; 55	0.10
8	5.20	75	2.66	0.030	3.0	0.39	210	40; 50	0.14
9	5.40	80	1.19	0.040	4.0	0.40	226	12; 78	0.15
10	5.60	85	1.84	0.020	3.5	0.41	242	18; 72	0.09
11	5.80	90	2.34	0.030	2.5	0.42	258	22; 68	0.20
12	6.00	95	2.98	0.040	2.5	0.44	275	28; 62	0.29
13	6.20	100	3.45	0.020	3.0	0.45	292	32; 58	0.13
14	6.40	105	3.97	0.030	4.0	0.46	310	38; 52	0.15
15	6.60	110	2.05	0.040	4.0	0.47	328	14; 76	0.22
16	6.80	115	2.45	0.020	3.5	0.48	346	16; 74	0.13
17	7.00	120	3.64	0.030	3.5	0.49	365	24; 66	0.21
18	4.50	50	1.60	0.040	4.0	0.32	151	26; 64	0.10
19	5.50	65	2.80	0.025	2.5	0.36	216	34; 56	0.15
20	6.50	85	4.02	0.035	3.5	0.41	296	36; 54	0.21

Задание 2. Вариант 1. Десятиклассник Тимур сделал простые весы из деревянной линейки и тензодатчика (тонкой проволоочки, которая при изгибе линейки немного растягивается). Дана схема устройства.



Сопротивление тензодатчика без нагрузки равно 100 Ом. Когда линейка прогибается, сопротивление увеличивается: каждый 1 мм прогиба конца линейки приводит к увеличению сопротивления на 0.5 Ом. Тензодатчик включён в цепь, как показано на рисунке.

Считайте, что в рабочем диапазоне этих весов прогиб конца линейки x (в мм) зависит от массы подвешенного груза так, как указано на схеме, причём $k = 0.4$ мм/г. Внутренним сопротивлением источника и амперметра пренебрегите. Саму линейку считайте невесомой. При отсутствии дополнительного груза линейка не прогибается.

а) Чему равна сила тока в цепи, когда на конце линейки нет груза? Ответ выразите в миллиамперах, округлите до десятых.

Ответ: 90.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Тимур подвесил к концу линейки груз неизвестной массы. Сила тока в цепи стала равна 85 мА. Чему равно сопротивление тензодатчика при этой нагрузке? Ответ выразите в омах, округлите до десятых.

Ответ: 105.9

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Чему равен прогиб конца линейки при этой нагрузке? Ответ выразите в миллиметрах, округлите до десятых.

Ответ: 11.8

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

г) Чему равна масса подвешенного груза? Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

Ответ: 29

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) При массе груза 40 г сопротивление тензодатчика составляет примерно 108 Ом. Тимур построил калибровочный график в координатах масса — сила тока по двум точкам (точка для 0 г и точка для 40 г) и предположил, что зависимость линейна. Ток какой силы он ожидает при массе груза, равной 60 г? Ответ выразите в миллиамперах, округлите до десятых.

Ответ: 80.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) Тензодатчик сделан из константана с термическим коэффициентом сопротивления $\alpha \approx 0.00002$ °C⁻¹. Температурный коэффициент сопротивления α показывает, на какую долю от первоначального значения изменяется сопротивление проводника при изменении его температуры на 1 °C. Какую ложную массу зафиксируют весы из-за нагрева на 10 °C в ситуации отсутствия нагрузки? Ответ выразите в граммах, округлите до десятых.

Ответ: 0.1

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) По закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}.$$

Без нагрузки сопротивление тензодатчика равно начальному: $R = R_0 = 100$ Ом, тогда:

$$I_0 = \frac{U}{R_0} = \frac{9}{100} = 0.09 \text{ А} = 90 \text{ мА}.$$

б) Ток в цепи изменился, а напряжение источника – нет. По закону Ома

$$R = \frac{U}{I} = \frac{9}{0.085} = 105.882 \approx 105.9 \text{ Ом}.$$

в) Абсолютное изменение сопротивления $\Delta R = R - R_0 = 105.882 - 100 = 5.882$ Ом.

По условию задачи прогиб линейки и прирост сопротивления связаны линейно:

$\Delta R = 0.5$ (Ом/мм) $\cdot x$, тогда

$$x = \frac{\Delta R}{0.5} = \frac{5.882}{0.5} = 11.764 \approx 11.8 \text{ мм}.$$

г) По условию задачи прогиб пропорционален массе груза: $x = k \cdot m$, где $k = 0.4$ мм/г, отсюда

$$m = \frac{x}{k} = \frac{11.764}{0.4} = 29.41 \approx 29 \text{ г}.$$

д) Первая точка графика Тимура – это (0 г, 90 мА). Вторая точка графика – это 40 г и ток

$$I = \frac{U}{R} = \frac{9}{108} \approx 0.08333 \text{ А} \approx 83.3 \text{ мА}.$$

Линейная зависимость $I = I_0 + \beta m$. Здесь

$$\beta = \frac{83.3 - 90}{40} = \frac{-6.7}{40} \approx -0.1675 \text{ мА/г}.$$

Тогда при массе 60 г ток $I = 90 - 0.1675 \cdot 60 \approx 80$ мА.

е) В результате нагрева сопротивление изменится на:

$$\Delta R_t = R_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t = 100 \cdot 0.00002 \cdot 10 = 100 \cdot 0.00002 = 0.002 \text{ Ом}.$$

Это соответствует «ложному» прогибу:

$$x_{\text{л}} = \frac{0.002}{0.5} = 0.004 \text{ мм}.$$

В результате весы покажут некоторую «ложную» массу:

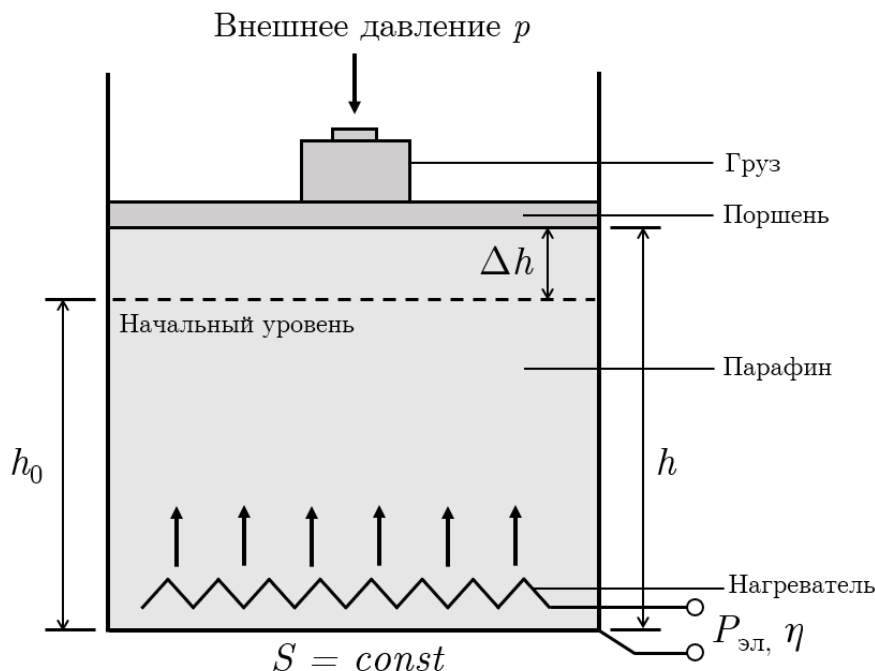
$$m_{\text{л}} = \frac{x_{\text{л}}}{0.4} = 0.01 \text{ г}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ вар.	R_0 , Ом	c , Ом/мм	k , мм/г	I_H , мА	m_k , г	R_k , Ом	$m_{ож}$, г	ΔT , °С	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ (пункт г)	Ответ (пункт д)
1	100	0.50	0.40	85.0	40	108.0	60	10	90.0	105.9	11.8	29	80.0
2	90	0.45	0.35	96.0	40	96.3	60	12	100.0	93.8	8.3	24	90.2
3	95	0.50	0.30	90.7	50	102.5	75	15	94.7	99.2	8.5	28	84.3
4	100	0.55	0.35	84.8	40	107.7	60	18	90.0	106.1	11.1	32	80.3
5	105	0.40	0.45	80.7	40	112.2	60	20	85.7	111.5	16.3	36	77.5
6	110	0.45	0.40	78.0	40	117.2	60	25	81.8	115.4	12.0	30	74.3
7	115	0.50	0.35	74.4	48	123.4	72	12	78.3	121.0	11.9	34	70.3
8	120	0.55	0.30	71.3	56	129.2	84	15	75.0	126.2	11.3	38	67.0
9	92	0.60	0.40	91.6	36	100.6	54	18	97.8	98.3	10.4	26	85.3
10	98	0.65	0.35	85.7	40	107.1	60	20	91.8	105.0	10.8	31	80.1
11	102	0.70	0.30	82.3	50	112.5	75	22	88.2	109.4	10.5	35	75.9
12	108	0.40	0.50	79.2	40	116.0	60	25	83.3	113.6	14.1	28	74.7
13	112	0.45	0.45	75.8	40	120.1	60	10	80.4	118.7	15.0	33	72.2
14	118	0.50	0.40	71.8	50	128.0	75	15	76.3	125.3	14.7	37	67.3
15	94	0.55	0.45	89.8	40	103.9	60	20	95.7	100.2	11.3	25	82.1
16	97	0.60	0.35	87.3	40	105.4	60	22	92.8	103.1	10.2	29	81.7
17	103	0.65	0.30	82.1	48	112.4	72	25	87.4	109.6	10.2	34	76.4
18	107	0.70	0.35	77.2	40	116.8	60	12	84.1	116.6	13.7	39	73.5
19	113	0.45	0.50	75.6	40	122.0	60	15	79.6	119.0	13.4	27	70.8
20	117	0.55	0.40	72.6	48	127.6	72	18	76.9	124.0	12.7	32	67.3

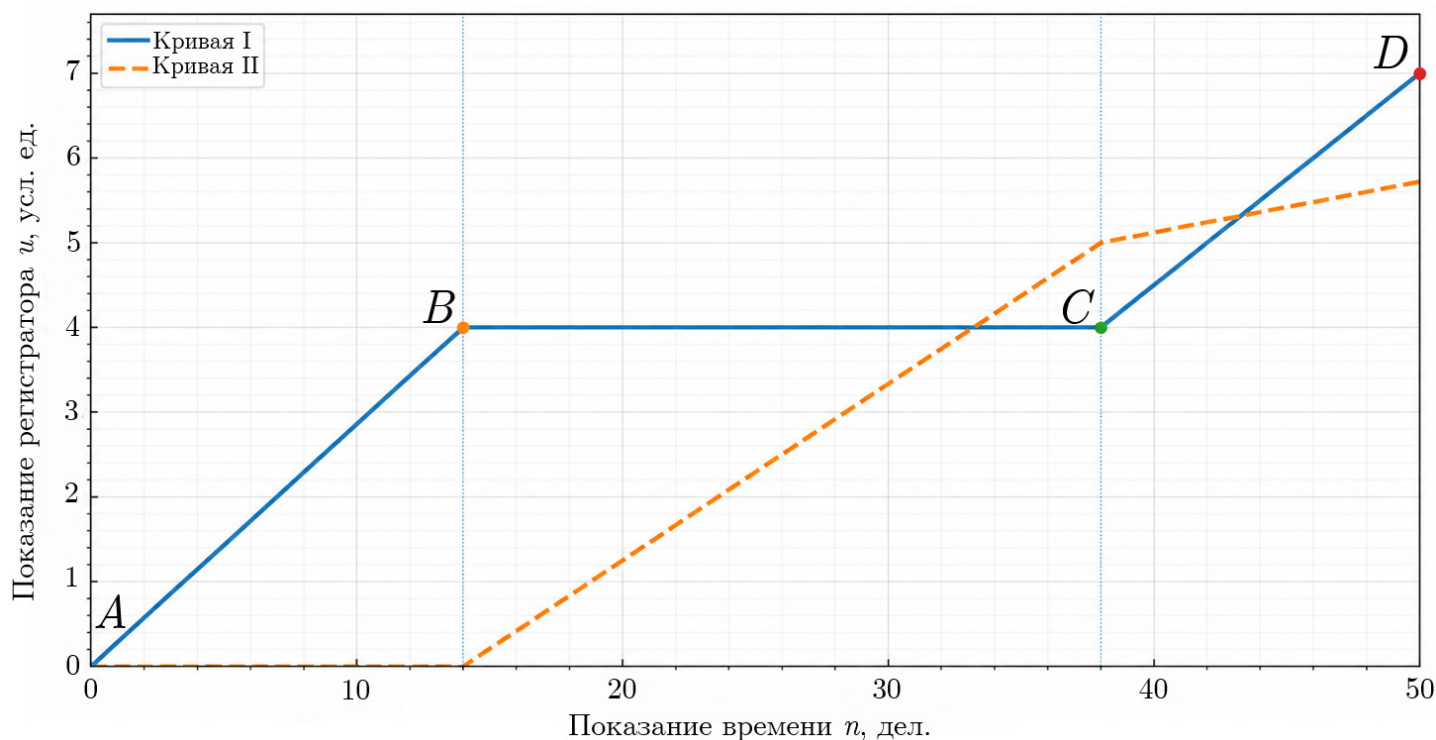
Задание 3. Вариант 1. В вертикальном цилиндре постоянного поперечного сечения находится твёрдый парафин, а у дна установлен электрический нагреватель. Сверху парафин закрыт лёгким герметичным поршнем, который может свободно перемещаться. Небольшой груз поддерживает практически постоянное внешнее давление. В начальный момент высота столба твёрдого парафина равна h_0 .

Рисунок схематичный, масштаб может быть не соблюлён.



Электрический нагреватель работает с постоянной мощностью. Постоянная доля η электрической мощности передаётся парафину. Потерями теплоты через стенки и тепловым расширением твёрдого парафина до начала плавления пренебрегите. Температуру парафина в каждый момент считайте одинаковой во всём объёме.

Регистратор одновременно записывал температуру в сосуде и перемещение поршня в условных единицах u . Однако подписи к графикам были утрачены. Температура связана с условными единицами формулой: $T = T_0 + s_T \cdot u$, где T_0 – начальная температура. Высота столба парафина связана с условными единицами формулой: $h = h_0 + s_h \cdot u$. Время определяется формулой $t = q \cdot n$. Контрольному моменту K (на графике не отмечен) соответствует $n_K = 26$ делений.



Известны следующие величины:

- начальная температура $T_0 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$,
- начальная высота $h_0 = 5.0\text{ см}$,
- площадь сечения цилиндра $S = 40.0\text{ см}^2$,
- плотность твёрдого парафина $\rho_{\text{т}} = 900\text{ кг/м}^3$,
- электрическая мощность $P_{\text{эл}} = 30\text{ Вт}$,
- КПД передачи энергии $\eta = 80\text{ }\%$,
- удельная теплоёмкость твёрдого парафина $c_{\text{т}} = 2100\text{ Дж/(кг} \cdot ^{\circ}\text{C)}$,
- удельная теплоёмкость жидкого парафина $c_{\text{ж}} = 2400\text{ Дж/(кг} \cdot ^{\circ}\text{C)}$,
- параметры $q = 0.75\text{ мин/дел}$, $s_{\text{т}} = 10.0\text{ }^{\circ}\text{C/ед}$, $s_{\text{ж}} = 0.20\text{ см/ед}$.

а) Определите температуру плавления парафина. Ответ выразите в градусах Цельсия, округлите до целых.

Ответ: 60

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

б) Определите длительность плавления парафина. Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

Ответ: 1080

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

в) Определите удельную теплоту плавления парафина. Ответ выразите в кДж/кг, округлите до целых.

Ответ: 144

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Чему была равна высота столба парафина к контрольному моменту K ? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до десятых.

Ответ: 5.5

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) После полного плавления объём жидкости подчиняется закону

$$V = V_{\text{с}} [1 + \gamma(T - T)],$$

где T — текущая температура,

$T_{\text{пл}}$ — температура плавления парафина,

γ — коэффициент объёмного расширения жидкого парафина.

Найдите γ .

Ответ: $8 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Кривая I сначала возрастает, затем на участке BC остаётся постоянной и после C снова возрастает. Такое поведение характерно для температуры при нагревании, плавлении и последующем нагревании жидкости. Кривая II до B равна нулю, во время плавления растёт, а после C продолжает расти медленнее — так перемещается поршень, движение которого связано с изменением объёма.

Для ответа на вопрос а) будем анализировать кривую I. На участке BC показание $u = 4$ усл. ед., поэтому из $T = T_0 + s_T \cdot u$ найдём температуру плавления $T_{\text{пл}} = 20 + 10.0 \cdot 4 = 60^\circ\text{C}$.

б) Длительность плавления соответствует участку BC от $n = 14$ до $n = 38$: $\Delta n = 24$ дел. Время плавления:

$$\Delta t_{BC} = 24 \cdot 0.75 = 18.0 \text{ мин} = 1080 \text{ с.}$$

в) Сначала определим начальную массу твёрдого парафина:

$$m = \frac{Q}{\lambda}.$$

Но массу можно выразить через геометрические параметры:

$$m = \rho_{\text{т}} V_0 = \rho_{\text{т}} S h_0 = 900 \cdot 40.0 \cdot 5.0 \cdot 10^{-6} = 0.18 \text{ кг.}$$

Парафину передаётся доля η электрической мощности, поэтому $P_{\text{пол}} = \eta P_{\text{эл}} = 0.80 \cdot 30 = 24.0 \text{ Вт}$.

Длительность плавления определена в предыдущем вопросе: $\Delta t_{BC} = 1080 \text{ с}$.

Полученная за это время энергия $Q = P_{\text{пол}} \Delta t_{BC}$. В то же время эта энергия идёт на плавление парафина, значит, $\lambda = \frac{Q}{m}$.

$$Q = 24.0 \cdot 1080 = 25\,920 \text{ Дж}$$

$$\lambda = \frac{25\,920}{0.180} = 144\,000 \text{ Дж/кг} = 144 \text{ кДж/кг.}$$

г) Точка K соответствует согласно условию $n_K = 26$ дел. и находится внутри участка BC. При постоянной мощности доля расплавившейся массы равна доле прошедшего времени плавления.

$$f_K = \frac{26 - 14}{38 - 14} = \frac{12}{24} = 0.50, \text{ т. е. расплавилась половина парафина.}$$

На участке BC высота поршня возрастает линейно от $h_B = 5.0 \text{ см}$ до $h_C = 6.0 \text{ см}$, поэтому в момент плавления половины парафина

$$h_K = 5.00 + \frac{6.00 - 5.00}{2} = 5.5 \text{ см.}$$

д) Нагреванию жидкого парафина соответствует участок CD. В точке D для кривой I $u = 7$, поэтому $T_D = 20 + 10 \cdot 7 = 90^\circ\text{C}$. Для кривой II $u \approx 5.7$. Тогда $h_D = 5.00 + 0.20 \cdot 5.7 = 6.14 \text{ см}$, отсюда $V_D = 40.0 \cdot 6.14 = 245.6 \text{ см}^3$.

$$V_C = h_C \cdot s = 40.0 \cdot 6.0 = 240.0 \text{ см}^3.$$

Из закона $V_D = V_C [1 + \gamma(T_D - T_{\text{пл}})]$ получаем:

$$\gamma = \frac{\frac{V_D}{V_C} - 1}{T_D - T_{\text{пл}}}$$

$$\gamma = \frac{\frac{245.6}{240} - 1}{90 - 60} \approx 7.78 \cdot 10^{-4} \approx 8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Ответ: $\gamma = 8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. В поле необходимо записать число 8.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3. Пункты а, б, в)

№ вар.	T_0 , °C	h_0 , см	S , см ²	ρ_T , кг/м ³	$P_{эл}$, Вт	η , в долях	c_T , Дж/(кг·°C)	$c_{ж}$, Дж/(кг·°C)	q , мин/дел	s_T , °C/ед	s_h , см/ед	n_k , дел	Ответ (пункт а)	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)
1	20	5	40	900	30	0.8	2100	2400	0.75	10	0.2	26	60	1080	144
2	18	4.8	37	875	25.2	0.74	1960	2240	0.7	9	0.18	20	54	1008	121
3	22	5.2	41	900	31.9	0.82	2030	2320	0.78	11	0.22	24	66	1123	153
4	16	5.5	39	885	29.5	0.78	2100	2400	0.66	8	0.16	28	48	950	115
5	21	4.9	48	900	31	0.84	2170	2480	0.84	10	0.24	32	61	1210	149
6	19	5.7	34	875	35.7	0.8	2240	2560	0.76	12	0.2	18	67	1094	184
7	24	5	48	930	24.8	0.87	2030	2320	0.9	9	0.26	22	60	1296	125
8	17	5.1	40	900	37.2	0.75	2170	2480	0.68	10	0.17	26	57	979	149
9	23	5.5	33	850	17.6	0.85	1960	2240	0.77	8	0.21	30	55	1109	108
10	20	5.6	45	925	40.7	0.8	2240	2560	0.84	11	0.23	34	64	1210	169
11	15	4.8	50	880	44	0.8	2100	2400	0.72	12	0.19	36	63	1037	173
12	25	5.6	35	910	21.7	0.84	2170	2480	0.91	9	0.25	16	61	1310	134
13	18	6	39	880	38.4	0.77	1960	2240	0.65	10	0.18	19	58	936	134
14	22	4.5	45	900	23.2	0.81	2030	2320	0.75	8	0.22	21	54	1080	111
15	16	5.1	35	900	25.5	0.88	2240	2560	0.84	11	0.16	23	60	1210	169
16	21	5.6	44	925	52.8	0.74	2100	2400	0.7	12	0.24	25	69	1008	173
17	19	4.8	40	860	19.2	0.87	2030	2320	0.86	9	0.2	27	55	1238	125
18	24	5.2	48	925	40.3	0.8	2170	2480	0.74	10	0.26	29	64	1066	149
19	17	5.4	33	875	19.8	0.84	2240	2560	0.8	8	0.17	31	49	1152	123
20	23	4.6	50	900	34.5	0.77	1960	2240	0.8	11	0.21	33	67	1152	148

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3. Пункты г, д)

№ вар.	T_0 , °C	h_0 , см	S , см ²	ρ_T , кг/м ³	$P_{эл}$, Вт	η , в долях	c_T , Дж/(кг·°C)	$c_{ж}$, Дж/(кг·°C)	q , мин/дел	s_T , °C/ед	s_h , см/ед	n_k , дел	Ответ (пункт г)	Ответ в диапазоне (пункт д)
1	20	5	40	900	30	0.8	2100	2400	0.75	10	0.2	26	5.5	7–8
2	18	4.8	37	875	25.2	0.74	1960	2240	0.7	9	0.18	20	5	8–9
3	22	5.2	41	900	31.9	0.82	2030	2320	0.78	11	0.22	24	5.7	7–8
4	16	5.5	39	885	29.5	0.78	2100	2400	0.66	8	0.16	28	6	7–8
5	21	4.9	48	900	31	0.84	2170	2480	0.84	10	0.24	32	5.8	9–10
6	19	5.7	34	875	35.7	0.8	2240	2560	0.76	12	0.2	18	5.9	5–6
7	24	5	48	930	24.8	0.87	2030	2320	0.9	9	0.26	22	5.4	10–11
8	17	5.1	40	900	37.2	0.75	2170	2480	0.68	10	0.17	26	5.5	6–7
9	23	5.5	33	850	17.6	0.85	1960	2240	0.77	8	0.21	30	6.2	9–10
10	20	5.6	45	925	40.7	0.8	2240	2560	0.84	11	0.23	34	6.6	7–8
11	15	4.8	50	880	44	0.8	2100	2400	0.72	12	0.19	36	5.7	6–7
12	25	5.6	35	910	21.7	0.84	2170	2480	0.91	9	0.25	16	5.7	9–10
13	18	6	39	880	38.4	0.77	1960	2240	0.65	10	0.18	19	6.2	6–7
14	22	4.5	45	900	23.2	0.81	2030	2320	0.75	8	0.22	21	4.8	11–12
15	16	5.1	35	900	25.5	0.88	2240	2560	0.84	11	0.16	23	5.4	5–6
16	21	5.6	44	925	52.8	0.74	2100	2400	0.7	12	0.24	25	6.2	6–7
17	19	4.8	40	860	19.2	0.87	2030	2320	0.86	9	0.2	27	5.3	8–10
18	24	5.2	48	925	40.3	0.8	2170	2480	0.74	10	0.26	29	6	9–10
19	17	5.4	33	875	19.8	0.84	2240	2560	0.8	8	0.17	31	6	7–8
20	23	4.6	50	900	34.5	0.77	1960	2400	0.8	11	0.21	33	5.4	7–8

Список использованных источников изображений

Задание 1.

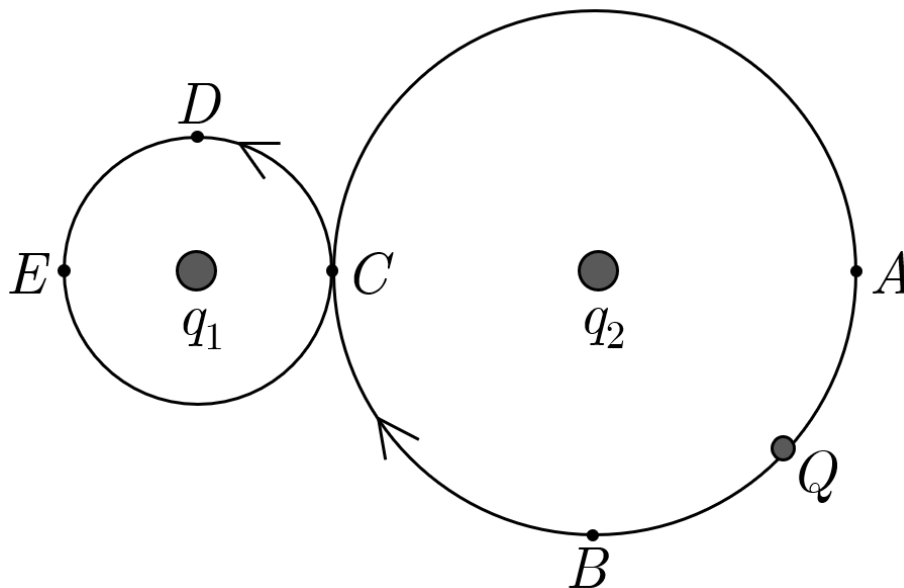
1. https://blogger.googleusercontent.com/img/b/R29vZ2xl/AVvXsEgXR3R2bAFp5TdWjv71v2UINq4TpytbiJ_dsGL-F_DnwKhRh37wjcgFpDUa0hWV2kYQw5ickYwGacVC75XbyvBBce562VtvoldNgtMac_XxBS0h0Jd0V-Ns2zhirQX0CAFkcnuihFNDsuI/s1600/tre5.jpg

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!



Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Два точечных заряда $q_1 = +1$ мкКл и $q_2 = +2$ мкКл закреплены. Маленькая бусинка с зарядом $Q = +8$ нКл может без трения скользить по гладкой спице, изогнутой в форме восьмёрки. «Восьмёрка» состоит из двух правильных окружностей с радиусами $R_1 = 1$ см и $R_2 = 2$ см. В точке C бусинка беспрепятственно переходит с одной окружности на другую. Влиянием силы тяжести пренебрегите. Постоянная $k = 9.0 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл².



а) В какой точке потенциальная энергия взаимодействия бусинки с двумя точечными зарядами будет наибольшей (с учётом знака)?

Ответ:

- A
- B
- ✓ C
- D
- E

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Чему равен потенциал поля, создаваемый зарядами q_1 и q_2 в точке C ? Ответ выразите в киловольтах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [1790; 1810]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) С какой минимальной начальной скоростью бусинка массой 10 мг должна двигаться из точки B , чтобы достичь точки C ? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [32; 32.6]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Чему равна электростатическая сила, действующая на бусинку, когда она находится в точке B ? Ответ выразите в миллиньютонах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [388; 398]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Чему равно ускорение бусинки массой 10 мг в точке B , если она начала двигаться из точки C без начальной скорости? Ответ выразите в км/с², округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [51.7; 52.7]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Так как $Q > 0$, энергия взаимодействия увеличивается при приближении к положительному заряду и уменьшается при приближении к отрицательному. Ближе всего к положительному заряду q_1 лежат точки кольца CDE . Ближе всего к положительному заряду q_2 лежат точки кольца ABC . Получается, что точка C лежит на минимальном расстоянии и от q_1 , и от q_2 , поэтому в точке C энергия наибольшая.

б) Потенциал находится по принципу суперпозиции как сумма потенциалов, создаваемых зарядами q_1 и q_2 .

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R_1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{10^{-2}} = 9 \cdot 10^5 \text{ B.}$$
$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{R_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} = 9 \cdot 10^5 \text{ В.}$$
$$\varphi_C = \varphi_1 + \varphi_2 = 18 \cdot 10^5 \text{ B} = 1800 \text{ кВ}.$$

Точка B (учтём, что расстояние от первого заряда до точки B считается по теореме Пифагора):

$$R_{1B} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + R_2^2} = 3.606 \text{ cm},$$

$$W_B = \frac{kQq_1}{R_{1B}} + \frac{kQq_2}{R_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \left(\frac{10^{-6}}{3.606 \cdot 10^{-2}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} \right) = 91.97 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

$$W_C = \frac{kQq_1}{R_1} + \frac{kQq_2}{R_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \left(\frac{10^{-6}}{10^{-2}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} \right) = 144.00 \cdot 10^{-4} \text{ ДЖ.}$$
$$W_B + \frac{mv^2}{2} = W_C + 0.$$
$$v = \sqrt{\frac{2(W_C - W_B)}{m}} = \sqrt{\frac{2(144 - 91.97) \cdot 10^{-4}}{10^{-5}}} = 32.259 \text{ m/c} \approx 32.3 \text{ m/c}.$$
$$F_1 = \frac{kQq_1}{R_{1B}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-6}}{(3.606 \cdot 10^{-2})^2} = 5.539 \cdot 10^{-2} \text{ H},$$
$$F_2 = \frac{kQq_2}{R_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = 36.000 \cdot 10^{-2} \text{ H}.$$
$$\cos \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_{1R}} = 0.83195, \quad \sin \alpha = \frac{R_2}{R_{1R}} = 0.55463.$$
$$F_R = F_2 + F_1 \sin \alpha = (36.000 + 5.539 \cdot 0.55463) \cdot 10^{-2} = 39.072 \cdot 10^{-2} \text{ H.}$$

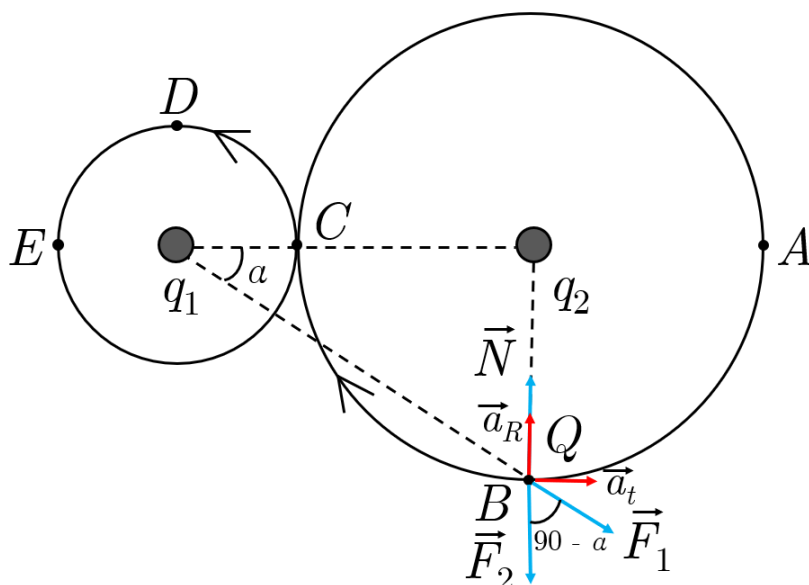
На направление касательной к окружности:

$$F_T = F_1 \cos \alpha = 5.539 \cdot 10^{-2} \cdot 0.83119 = 4.604 \cdot 10^{-2} \text{ Н.}$$

Полная электростатическая сила:

$$F = \sqrt{F_R^2 + F_T^2} = \sqrt{39.072^2 + 4.604^2} \cdot 10^{-2} = 393 \text{ мН.}$$

д) Ускорение бусинки в точке B имеет две компоненты: нормальную a_R (центростремительное ускорение) и тангенциальную a_T (касательное ускорение).



Так как перпендикулярно траектории на бусинку действует сила реакции со стороны спицы, нормальную компоненту можно найти только через скорость:

$$a_R = \frac{v^2}{R_2} = \frac{32.259^2}{2 \cdot 10^{-2}} = 52.03 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2.$$

Тангенциальное ускорение определяется проекцией силы F_1 :

$$a_T = \frac{F_1 \cos \alpha}{m} = \frac{5.5385 \cdot 10^{-2} \cdot 0.83119}{10^{-5}} = 4.60 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2.$$

Полное ускорение:

$$a = \sqrt{a_R^2 + a_T^2} = 52.2 \text{ км/с}^2.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

Пункты б–д

№ варианта	q_1 , мкКл	q_2 , мкКл	Q , нКл	R_1 , см	R_2 , см	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)	
1	1	2	8	1.0	2.0	1790	1810	32.0	32.6
2	1	2.5	10	1.5	2.0	1715	1735	27.1	27.7
3	1	3	12	2.0	2.5	1520	1540	25.4	26.0
4	1	3.5	3	2.5	1.0	3500	3520	7.9	8.5
5	1.5	2	8	3.0	1.5	1640	1660	16.0	16.6
6	1.5	2.5	10	3.5	2.0	1501	1521	17.3	17.9
7	1.5	3	12	4.0	2.5	1408	1428	18.3	18.9
8	1.5	3.5	14	4.5	3.0	1340	1360	19.0	19.6
9	2	2	8	5.0	3.5	864	884	15.9	16.5

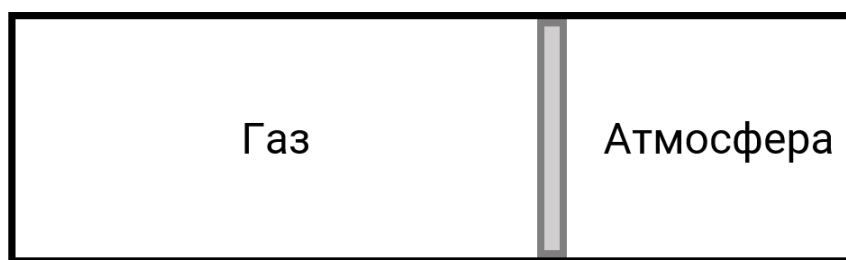
№ варианта	q_1 , мКл	q_2 , мКл	Q , нКл	R_1 , см	R_2 , см	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)	
10	2	2.5	10	5.5	4.0	880	900	17.2	17.8
11	2	3	12	1.0	4.5	2390	2410	60.6	61.2
12	2	3.5	3	1.5	1.0	4340	4360	17.6	18.2
13	2.5	2	8	2.0	1.5	2315	2335	28.9	29.5
14	2.5	2.5	10	2.5	2.0	2015	2035	29.5	30.1
15	2.5	3	12	3.0	2.5	1820	1840	29.8	30.4
16	2.5	3.5	14	3.5	3.0	1683	1703	30.0	30.6
17	3	2	8	4.0	3.5	1179	1199	23.3	23.9
18	3	2.5	10	4.5	4.0	1153	1173	24.7	25.3
19	3	3	12	5.0	4.5	1130	1150	25.8	26.4
20	3	3.5	3	5.5	1.0	3631	3651	6.6	7.2

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

Пункты б–д

№ варианта	q_1 , мКл	q_2 , мКл	Q , нКл	R_1 , см	R_2 , см	Ответ в диапазоне (пункт г)		Ответ в диапазоне (пункт д)	
1	1	2	8	1.0	2.0	388	398	51.7	52.7
2	1	2.5	10	1.5	2.0	587	597	37.5	38.5
3	1	3	12	2.0	2.5	534	544	26.2	27.2
4	1	3.5	3	2.5	1.0	946	956	6.5	7.5
5	1.5	2	8	3.0	1.5	652	662	17.7	18.7
6	1.5	2.5	10	3.5	2.0	572	582	15.4	16.4
7	1.5	3	12	4.0	2.5	526	536	13.6	14.6
8	1.5	3.5	14	4.5	3.0	496	506	12.2	13.2
9	2	2	8	5.0	3.5	120	130	7.2	8.2
10	2	2.5	10	5.5	4.0	143	153	7.3	8.3
11	2	3	12	1.0	4.5	185	195	82.1	83.1
12	2	3.5	3	1.5	1.0	970	980	32.1	33.1
13	2.5	2	8	2.0	1.5	693	703	57.6	58.6
14	2.5	2.5	10	2.5	2.0	601	611	44.6	45.6
15	2.5	3	12	3.0	2.5	548	558	36.4	37.4
16	2.5	3.5	14	3.5	3.0	514	524	30.7	31.7
17	3	2	8	4.0	3.5	129	139	15.7	16.7
18	3	2.5	10	4.5	4.0	151	161	15.4	16.4
19	3	3	12	5.0	4.5	170	180	14.8	15.8
20	3	3.5	3	5.5	1.0	943	953	4.7	5.7

Задание 2. Вариант 1. В цилиндрическом сосуде, расположенном горизонтально, находится идеальный одноатомный газ. Длина той части цилиндра, которую занимает газ, равна $h = 20$ см. Площадь поперечного сечения $S = 10$ см². Давление газа равно атмосферному $p_a = 10^5$ Па. Масса поршня $m = 100$ г. Сила трения, действующая на поршень при его перемещении, не зависит от направления движения.



а) Чтобы поршень начал сдвигаться в сторону атмосферы, к газу необходимо подвести количество теплоты, равное $Q_1 = 300$ Дж. А для того, чтобы поршень из исходного состояния начал двигаться в противоположную сторону, от газа необходимо отвести количество теплоты, равное Q_2 .

Сравните Q_1 и Q_2 (по модулю).

Ответ:

- $Q_1 > Q_2$
- $Q_1 < Q_2$
- ✓ $Q_1 = Q_2$
- Соотношение может быть любым в зависимости от количества газа

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Определите силу трения скольжения между поршнем и стенками сосуда, которая появляется при движении поршня. Ответ выразите в ньютонах, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [999; 1001]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Сосуд быстро перенесли в вакуум. Какое минимальное количество тепла надо передать газу, чтобы он начал расширяться? Ответ выразите в джоулях, округлите до целых. Если газ начнёт расширяться без подвода дополнительного тепла, в ответ запишите 0.

Ответ: засчитывается в диапазоне [267; 273]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Определите ускорение поршня сразу же после переноса сосуда в вакуум, но до подведения к нему тепла. Ответ выразите в м/с², округлите до целых.

Ответ: 0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) В обоих случаях речь идёт об изохорном изменении давления на величину, достаточную, чтобы преодолеть силу трения скольжения. Количество теплоты определяется выражением

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} \Delta p V,$$

где Δp — разность давлений на разные стороны поршня. Так как Δp в обоих случаях одинаковое, $Q_1 = Q_2$.

б) Количество теплоты определяется выражением

$$Q = \Delta U = \Delta p V = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{\text{тр}}}{S} \cdot Sh.$$

Получаем, что сила трения:

$$F_{\text{тр}} = \frac{2Q}{3h} = 2 \cdot \frac{300}{3 \cdot 0.2} = 1000 \text{ Н.}$$

в) Для начала сравним силу давления газа $F = p_a S$ и силу трения $F_{\text{тр}}$. Возможны два варианта:

1. $F > F_{\text{тр}}$, тогда газ сразу начнёт расширяться и передавать ему тепло не нужно. Ответом будет $Q = 0$.
2. $F < F_{\text{тр}}$, тогда при передаче тепла необходимо изохорно увеличить силу давления газа до значения, равного силе трения скольжения.

Подставив числа, получаем: $F = 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 100$ Н, то есть меньше, чем $F_{\text{тр}} = 1000$ Н. Тогда количество тепла

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} \Delta p V = \frac{3}{2} Sh \left(\frac{F_{\text{тр}}}{S} - p_a \right) = \frac{3}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0.2 \left(\frac{1000}{10 \cdot 10^{-4}} - 10^5 \right) = 270 \text{ Дж.}$$

г) Решение опять зависит от начального соотношения между силой давления газа $F = p_a S$ и силой трения $F_{\text{тр}}$.

1. $F > F_{\text{тр}}$, тогда ускорение поршня определяется выражением $a = (F - F_{\text{тр}})/m = (p_a S - F_{\text{тр}})/m$.

2. $F < F_{\text{тр}}$, тогда движение поршня начинается в момент равенства этих сил; ответ $a = 0$.

Получаем $F = 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 100 \text{ Н}$, то есть меньше, чем $F_{\text{тр}} = 1000 \text{ Н}$. Тогда ускорение поршня $a = 0 \text{ м/с}^2$.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

Пункты б–г)

№ варианта	h , см	S , см ²	m , г	Q_1 , Дж	Ответ в диапазоне (пункт б)		Ответ в диапазоне (пункт в)		Ответ в диапазоне (пункт г)	
1	20	10	100	300	999	1001	267	273	0	0
2	10	5	200	170	1132	1134	160	166	0	0
3	15	15	30	250	1110	1112	213	219	0	0
4	25	20	40	355	946	948	277	283	0	0
5	30	25	50	400	888	890	285	291	0	0
6	35	30	60	450	856	858	290	296	0	0
7	40	35	70	205	341	343	0	0	114	124
8	45	40	80	260	384	386	0	0	180	190
9	50	45	150	320	426	428	0	0	151	161
10	55	50	110	500	605	607	85	91	0	0
11	60	55	120	550	610	612	52	58	0	0
12	65	60	130	600	614	616	12	18	0	0
13	70	65	140	650	618	620	0	0	216	226
14	72	70	150	700	647	649	0	0	341	351
15	80	75	160	830	691	693	0	0	360	370
16	83	80	170	950	762	764	0	0	212	222
17	90	85	180	1100	814	816	0	0	190	200
18	80	90	190	1050	874	876	0	0	127	137
19	95	95	200	1300	911	913	0	0	184	194
20	95	100	210	1400	981	983	0	0	79	89

Задание 3. Вариант 1. Будущие инженеры тестируют прототип новой системы экстренной бесконтактной доставки грузов. Робот-катапульта представляет собой четырёхколесную платформу массой $m = 2 \text{ кг}$, которая удерживается фиксатором и сжимает идеальную горизонтальную пружину жёсткостью $k = 690 \text{ Н/м}$ на величину $x_0 = 0.6 \text{ м}$ от положения равновесия.

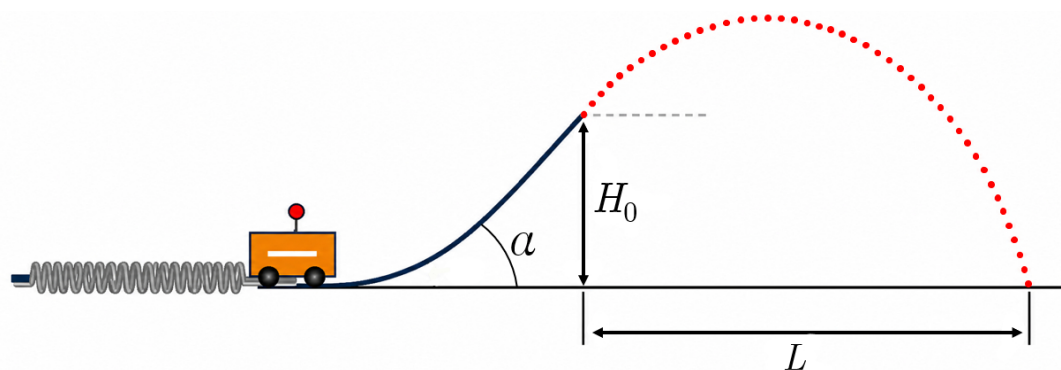
Направляющий трек робота состоит из трёх последовательных участков, плавно переходящих друг в друга:

1. Горизонтальный участок, на котором расположена пружина. Длина этого участка такова, что пружина полностью распрямляется до того, как робот достигнет следующей зоны.

2. Вогнутая дуга окружности радиусом $R = 3 \text{ м}$, которая плавно закругляет траекторию робота вверх.

3. Прямолинейный наклонный участок (трамплин), наклонённый под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту.

Верхний срез трамплина (точка вылета в воздух) находится на высоте $H_0 = 0.9 \text{ м}$ выше уровня горизонтальных направляющих. Робота отпускают без начальной скорости. Размерами робота по сравнению с радиусом дуги пренебрегите. Примите ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$, а число $\pi = 3.14$. Трением (в первых трёх вопросах) и сопротивлением воздуха также пренебрегите.



а) Фиксатор отпускают, пружина распрямляется и разгоняет робота. Какую скорость он будет иметь в момент отрыва от пружины? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [11; 11.2]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Какую скорость он будет иметь в момент отрыва от трамплина? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [10.2; 10.4]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Какую кинетическую энергию будет иметь робот-платформа в наивысшей точке траектории полёта? Ответ выразите в джоулях, округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [52; 54]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) На каком горизонтальном расстоянии L от точки вылета (верхнего среза трамплина) робот приземлится на землю, если земля находится на том же уровне, что и исходные горизонтальные направляющие? Ответ выразите в метрах, округлите до десятых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [11.5; 11.9]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) В результате длительной эксплуатации в подшипниках всех колёс робота возникло трение. Теперь для вращения **каждого колеса** к нему нужно приложить постоянный момент $M_{\text{тр}} = 0.15 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Радиус каждого колеса равен $r = 5 \text{ см}$. Колёса катятся по направляющим без проскальзывания на протяжении всего трека до точки вылета. Суммарный путь робота по направляющим $S = 3 \text{ м}$. На сколько процентов уменьшится скорость робота при отрыве от трамплина из-за появления трения? Ответ округлите до целых.

Ответ: засчитывается в диапазоне [17; 21]

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) По закону сохранения механической энергии потенциальная энергия упруго деформированной пружины полностью преобразуется в кинетическую энергию робота-катапульти:

$$\frac{kx_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}, \quad v_0 = x_0 \sqrt{\frac{k}{m}} = 11.1 \text{ м/с}.$$

б) При подъёме на трамплин робот тратит часть энергии на набор высоты H_0 , тогда закон сохранения энергии запишется в следующем виде:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgH_0, \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gH_0} = 10.323 \text{ м/с} \approx 10.3 \text{ м/с}.$$

в) В наивысшей точке траектории вертикальная проекция скорости робота равна нулю. Его скорость направлена горизонтально и равна горизонтальной проекции в момент вылета с трамплина $v_x = v_1 \cos \alpha$. Кинетическая энергия в наивысшей точке траектории связана с энергией на вылете через квадрат косинуса угла:

$$E_k = \frac{mv_1^2 \cos^2 \alpha}{2} = 53 \text{ Дж}.$$

г) Нам уже известна скорость вылета робота-катапульти $v_1 = 10.323 \text{ м/с}$. Проекция скорости вылета на оси $v_x = 7.299 \text{ м/с}$ и $v_y = 7.299 \text{ м/с}$. Робот вылетает с высоты $H_0 = 0.9 \text{ м}$ и падает на уровень $y = 0$. Запишем уравнение движения

$$y(t) = H_0 + v_y t - \frac{gt^2}{2},$$

откуда время полёта $t = 1.604$ с, а дальность полёта $L = v_x t = 11.7$ м.

д) Запишем закон сохранения энергии для центра масс робота с учётом работы силы трения:

$$\frac{mv_0^2}{2} + A_{\text{тр}} = \frac{mv_2^2}{2} + mgH_0.$$

Пусть $F_{\text{тр}}$ — сила трения, действующая на одно колесо платформы. Её можно выразить через момент силы и радиус колеса: $F_{\text{тр}} = M_{\text{тр}}/r$.

Работа силы трения каждого из колёс будет равна $-F_{\text{тр}}S$, так как постоянна по величине и направлена против движения центра масс. Учитывая, что колёс у робота четыре, получим суммарную работу сил трения

$$A_{\text{тр}} = -4 \frac{M_{\text{тр}}}{r} S.$$

Подставим получившееся в закон сохранения энергии и выразим v_2 :

$$\frac{mv_0^2}{2} - 4 \frac{M_{\text{тр}}}{r} S = \frac{mv_2^2}{2} + mgH_0,$$

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 - 2gH_0 - 8 \frac{M_{\text{тр}}}{mr} S} = 8.400 \text{ м/с}.$$

Следовательно, из-за трения скорость робота при отрыве от трамплина уменьшится на

$$\frac{v_1 - v_2}{v_1} \cdot 100 \% \approx 19 \%.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	m , кг	k , Н/м	x_0 , м	R , м	α , °	H_0 , м	$M_{\text{тр}}$, Н·м	Ответ в диапазоне (пункт а)		Ответ в диапазоне (пункт б)	
1	2	690	0.6	3	45	0.9	0.15	11.0	11.2	10.2	10.4
2	2.5	670	0.61	3.1	46	1	0.16	9.9	10.1	8.9	9.1
3	3	650	0.62	3.2	47	1.1	0.17	9.0	9.2	7.8	8.0
4	3.5	630	0.63	3.3	48	1.2	0.18	8.4	8.6	6.8	7.0
5	4	610	0.64	3.4	49	1.3	0.19	7.8	8.0	6.0	6.2
6	4.5	590	0.65	3.5	50	1.4	0.2	7.3	7.5	5.2	5.4
7	5	840	0.66	3.6	51	1.5	0.21	8.5	8.7	6.5	6.7
8	5.5	860	0.67	3.7	52	1.6	0.22	8.3	8.5	6.1	6.3
9	6	880	0.68	3.8	53	1.7	0.23	8.1	8.3	5.8	6.0
10	6.5	900	0.69	3.9	54	1.8	0.24	8.0	8.2	5.4	5.6
11	2	550	0.7	4	55	1.9	0.15	11.5	11.7	9.8	10.0
12	2.5	540	0.71	4.1	56	2	0.16	10.3	10.5	8.2	8.4
13	3	530	0.72	4.2	57	2.1	0.17	9.5	9.7	7.0	7.2
14	3.5	520	0.73	4.3	58	2.2	0.18	8.8	9.0	5.9	6.1
15	4	510	0.74	4.4	59	2.3	0.12	8.3	8.5	4.9	5.1
16	4.5	900	0.75	4.5	60	2.4	0.2	10.5	10.7	8.0	8.2
17	5	700	0.76	4.6	61	2.5	0.21	8.9	9.1	5.5	5.7
18	5.5	720	0.77	4.7	62	2.6	0.22	8.7	8.9	5.1	5.3
19	6	740	0.78	4.8	63	2.7	0.19	8.6	8.8	4.6	4.8
20	6.5	820	0.79	4.9	64	2.8	0.24	8.8	9.0	4.8	5.0

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	m , кг	k , Н/м	x_0 , м	R , м	α , °	H_0 , м	$M_{\text{тр}}$, Н·м	Ответ в диапазоне (пункт в)		Ответ в диапазоне (пункт г)	
1	2	690	0.6	3	45	0.9	0.15	52	54	11.5	11.9
2	2.5	670	0.61	3.1	46	1	0.16	47	49	8.8	9.2
3	3	650	0.62	3.2	47	1.1	0.17	42	44	7.0	7.4
4	3.5	630	0.63	3.3	48	1.2	0.18	37	39	5.6	6.0
5	4	610	0.64	3.4	49	1.3	0.19	31	33	4.4	4.8
6	4.5	590	0.65	3.5	50	1.4	0.2	25	27	3.5	3.9
7	5	840	0.66	3.6	51	1.5	0.21	42	44	5.2	5.6
8	5.5	860	0.67	3.7	52	1.6	0.22	39	41	4.6	5.0
9	6	880	0.68	3.8	53	1.7	0.23	36	38	4.2	4.6
10	6.5	900	0.69	3.9	54	1.8	0.24	33	35	3.8	4.2
11	2	550	0.7	4	55	1.9	0.15	31	33	10.3	10.7
12	2.5	540	0.71	4.1	56	2	0.16	26	28	7.5	7.9
13	3	530	0.72	4.2	57	2.1	0.17	21	23	5.6	6.0
14	3.5	520	0.73	4.3	58	2.2	0.18	17	19	4.2	4.6
15	4	510	0.74	4.4	59	2.3	0.12	12	14	3.0	3.4
16	4.5	900	0.75	4.5	60	2.4	0.2	36	38	6.7	7.1
17	5	700	0.76	4.6	61	2.5	0.21	18	20	3.6	4.0
18	5.5	720	0.77	4.7	62	2.6	0.22	15	17	3.0	3.4
19	6	740	0.78	4.8	63	2.7	0.19	13	15	2.5	2.9
20	6.5	820	0.79	4.9	64	2.8	0.24	14	16	2.6	3.0

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	m , кг	k , Н/м	x_0 , м	R , м	α , °	H_0 , м	$M_{\text{тр}}$, Н·м	Ответ в диапазоне (пункт д)	
1	2	690	0.6	3	45	0.9	0.15	17	21
2	2.5	670	0.61	3.1	46	1	0.16	19	23
3	3	650	0.62	3.2	47	1.1	0.17	23	27
4	3.5	630	0.63	3.3	48	1.2	0.18	28	32
5	4	610	0.64	3.4	49	1.3	0.19	36	40
6	4.5	590	0.65	3.5	50	1.4	0.2	49	53
7	5	840	0.66	3.6	51	1.5	0.21	25	29
8	5.5	860	0.67	3.7	52	1.6	0.22	27	31
9	6	880	0.68	3.8	53	1.7	0.23	30	34
10	6.5	900	0.69	3.9	54	1.8	0.24	33	37
11	2	550	0.7	4	55	1.9	0.15	19	23
12	2.5	540	0.71	4.1	56	2	0.16	23	27
13	3	530	0.72	4.2	57	2.1	0.17	30	34
14	3.5	520	0.73	4.3	58	2.2	0.18	42	46
15	4	510	0.74	4.4	59	2.3	0.12	33	37
16	4.5	900	0.75	4.5	60	2.4	0.2	16	20

№ варианта	m , кг	k , Н/м	x_0 , м	R , м	α , °	H_0 , м	$M_{\text{тр}}$, Н·м	Ответ в диапазоне (пункт д)	
17	5	700	0.76	4.6	61	2.5	0.21	37	41
18	5.5	720	0.77	4.7	62	2.6	0.22	45	49
19	6	740	0.78	4.8	63	2.7	0.19	42	46
20	6.5	820	0.79	4.9	64	2.8	0.24	47	51

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!

