

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЭКОНОМИКА. 2025–2026 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Максимальный балл за работу – 100.

Тестовые задания

1. Ниже приведена часть пресс-релиза Банка России по итогам заседания Совета директоров.

«Совет директоров Банка России 25 июля 2025 года принял решение снизить ключевую ставку на 200 б.п., до 18,00 % годовых. Текущее инфляционное давление, в том числе устойчивое, снижается быстрее, чем прогнозировалось ранее. Рост внутреннего спроса замедляется. Экономика продолжает возвращаться к траектории сбалансированного роста.

...

Устойчивая тенденция к снижению инфляционных ожиданий пока не сформировалась. Долгосрочные ожидания, рассчитанные из инструментов финансового рынка, немного снизились. Инфляционные ожидания профессиональных аналитиков и населения существенно не изменились. Ценовые ожидания бизнеса в июле несколько выросли впервые с начала года. В целом инфляционные ожидания сохраняются на повышенном уровне. Это может препятствовать более устойчивому замедлению инфляции.

*Отклонение **российской экономики** вверх от траектории сбалансированного роста уменьшается. Оперативные данные, в том числе во 2 квартале 2025 года, и опросные индикаторы свидетельствуют о дальнейшем замедлении роста внутреннего спроса при продолжении умеренного роста общей экономической активности.*

Появляется больше признаков снижения напряжённости на рынке труда. По данным опросов, доля предприятий, испытывающих дефицит кадров, продолжает сокращаться. По-прежнему наблюдаются уменьшение спроса на рабочую силу в отдельных отраслях и её переток в другие секторы. Зарплаты растут медленнее, чем в 2024 году, но темпы их повышения пока опережают рост производительности труда. Безработица находится на исторических минимумах.

***Денежно-кредитные условия** остаются жёсткими под влиянием проводимой денежно-кредитной политики и автономных факторов. С июня номинальные процентные ставки снизились в большинстве сегментов финансового рынка вслед за уменьшением ключевой ставки и пересмотром ожиданий участников рынка по её дальнейшей траектории, но они по-прежнему высокие в реальном выражении. Неценовые условия банковского кредитования также жёсткие.»*

Проанализировав то, что Вы прочитали, выберите из приведённых ниже утверждений количество верных.

- 1) Ставка понижена, так как сформировалась устойчивая тенденция к снижению инфляционных ожиданий.
- 2) Снижение доли предприятий, испытывающих дефицит кадров, является признаком снижения напряжённости на рынке труда.
- 3) Банк России оценивает денежно-кредитные условия как жёсткие, несмотря на снижение номинальных процентных ставок в сегментах финансового рынка.

- 0 утверждений
- 1 утверждение
- 2 утверждения
- 3 утверждения

2. Даны два утверждения.

1) Если фирма выпускает продукцию с предельными издержками $MC = 6Q - 2$, то функция общих издержек однозначно имеет вид $TC = 3Q^2 - 2Q$.

2) Если фирма выпускает только целые единицы продукции, квазипостоянные издержки отсутствуют, а предельные издержки заданы как $MC = 8Q - 1$, то $VC = 4Q^2 + 3Q$.

Выберите верные утверждения.

- оба утверждения неверны
- верно только первое
- верно только второе
- оба утверждения верны

3. На рынке эксклюзивных кофейных зёрен есть один продавец и два покупателя – Громозека и Лёгкий. Громозека готов заплатить за зёрна максимум 12 000 рублей, Лёгкий – максимум 5000 рублей. Себестоимость производства одного пакета кофейных зёрен равна 2000 рублей. Если у продавца нет возможности установить ценовую дискриминацию, то чему будет равна равновесная цена?

- 5000
- 7000
- 10 000
- 12 000

4. Известно, что номинальные доходы выросли на 10 %, а индекс потребительских цен составил 1,08. Как изменились реальные доходы населения?

- увеличились примерно на 2 %
- не изменились
- сократились примерно на 2 %
- увеличились примерно на 18 %

5. Сколько факторов из перечисленных ниже относится к неценовым факторам предложения труда?

- изменение технологий производства некоторых товаров
 - миграция работников
 - расширение дистанционной занятости
 - увеличение ставки налога на прибыль фирм
- 1
 - 2
 - 3
 - 4

Задания с кратким ответом

6. На 1 января 2023 года численность экономически активного населения региона составляла 20 млн человек, а на 1 января 2024 года составляла 25 млн человек. Число безработных на эти даты составило 1,2 млн и 1,0 млн человек соответственно. Найдите, на сколько процентных пунктов изменился уровень безработицы. Если он уменьшился, то ответ запишите со знаком «–».

7. Спрос на молоко в городе N предъявляют две группы потребителей – семьи с детьми и пожилые люди. Функция спроса семей с детьми имеет вид $Q_{d1} = 60 - P$, функция спроса пожилых людей – $Q_{d2} = 80 - 2P$, функция рыночного предложения молока $Q_s = 10 + P$ (Q – количество литров молока; P – цена за литр, руб.). Администрация города N в целях увеличения потребления молока пожилыми людьми решает выплачивать им субсидию в размере фиксированной суммы на каждый приобретаемый литр. При какой величине субсидии потребление молока пожилыми людьми увеличится на 10 литров?

8. Удовлетворение Насти от просмотра кей-поп клипов (a) и поедания упаковок голубики (b) имеет следующий функциональный вид:

$$U(a, b) = 3 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b + a - b^{\frac{1}{4}}$$

Какое дополнительное удовлетворение получит Настя от дополнительных 5 кей-поп клипов по сравнению с четырьмя потребляемыми, при фиксированном потреблении 16 упаковок голубики? Количество кей-поп клипов и упаковок голубики может выражаться только целым числом, бюджет позволяет купить указанные количества товаров.

9. В России действует прогрессивная ставка налогообложения: 13 % для доходов до 2,4 млн рублей, 15 % для доходов от 2,4 до 5 млн рублей, 18 % для доходов от 5 до 20 млн рублей.

Выигрыши в лотерею облагаются ставкой 20 %, доходы от продажи автомобиля, которым владели менее 3 лет, учитываются в общем доходе при вычете из доходов первоначальной стоимости автомобиля, либо можно уменьшить налогооблагаемую базу на фиксированную величину 250 тыс. рублей.

Владимир Иванов зарабатывает 150 000 рублей в месяц. В этом году он продал за 3 000 000 рублей автомобиль, купленный 2 года назад за 2 000 000 рублей.

Ещё он выиграл в лотерею 200 000 рублей. Также у Владимира есть 2 ребёнка.

Стандартные вычеты на детей предоставляются ежемесячно, пока доход нарастающим итогом с начала года не превысит 350 000 рублей в конце месяца, вычет за каждого равен 1400 рублей в месяц.

Какую наименьшую сумму налога за год в рублях сможет заплатить Владимир, не нарушая закон?

10. Монополист закупает сырьё в стране С, а продаёт в стране К. Издержки имеют вид $TC = 10Q^2$ (в валюте страны С). Спрос в стране К имеет вид $Q_d = 240 - 0,4P$, где P – цена товара в валюте страны К. Чему равна прибыль монополиста в валюте страны К, если одна единица валюты страны С стоит 1,25 единицы валюты страны К?

11. Компания «ВизиоПро» является монополистом на рынке 3D-мониторов. Предельные издержки производства постоянны и равны 10. Функция спроса на 3D-мониторы линейна. Для максимизации прибыли компания обратилась к консультантам, которые определили, что в точке оптимума эластичность спроса по цене равна (-2) . Чему равна цена в точке оптимума?

12. Возможности выпуска первого завода заданы как $y = 100 - 2x$, второго – как $y = 50 - \frac{1}{4}x$, где y – килограммы мороженого, а x – литры молока. Также существует возможность покупать и продавать мороженое на рынке, где литр молока стоит 15 д.е., а килограмм мороженого 45 д.е. Сколько максимум можно сделать целых упаковок молочных коктейлей, если на одну упаковку нужен килограмм мороженого и четыре литра молока?

13. Производственная функция фирмы имеет вид $F(K, L) = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}}$, где K – количество станков, L – количество человеко-часов. Известно, что на каждые 4 человеко-часа необходим один станок. Стоимость человеко-часа $w = 2$ д.е., стоимость станка $r = 6$ д.е. Функция общих издержек имеет вид $TC(Q) = aQ^b$. Найдите параметры a и b .

14. В городе СП две совершенно конкурентные фирмы занимаются производством общественного блага – уборкой снега. Для уборки каждого квадратного метра любой фирме необходимо понести издержки в размере 2 д.е. на оплату труда дворников. Дополнительно фирмы несут затраты на материалы:

- Фирма 1: $q_1^2 + 2q_1$ д.е. для уборки q_1 кв. метров.
- Фирма 2: $2q_2^2 + q_2$ д.е. для уборки q_2 кв. метров.

Цена за каждый очищенный квадратный метр установлена на уровне $P = 10$. Найдите суммарное предложение фирм 1 и 2.

15. Школьник Ваня очень любит есть шоколадки летом, и раз в неделю мама даёт ему по 1000 рублей на покупку шоколадок. Одна шоколадка в магазине стоит 50 рублей. До конца лета осталось всего 2 недели, и тут Ванина мама решила научить его финансовой грамотности. Она даст ему по 1000 рублей в начале каждой из этих 2 недель, но позволит ему в течение первой недели занять или «положить на депозит» любую сумму вплоть до 500 рублей со ставкой в 10 % за неделю. Известно, что Ванина полезность от потребления шоколадок в эти 2 недели описывается функцией $U = c_1 \cdot c_2$, где c_1 и c_2 – количество употреблённых шоколадок (в штуках) в соответствующие недели. Сколько шоколадок купит в первую неделю максимизирующий полезность Ваня? Ответ округлите до десятых. Количество шоколадок может быть нецелым.

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ЭКОНОМИКА. 2025–2026 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС
ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальный балл за работу – 100.

Тестовые задания

1. Ниже приведена часть пресс-релиза Банка России по итогам заседания Совета директоров.

«Совет директоров Банка России 25 июля 2025 года принял решение снизить ключевую ставку на 200 б.п., до 18,00 % годовых. Текущее инфляционное давление, в том числе устойчивое, снижается быстрее, чем прогнозировалось ранее. Рост внутреннего спроса замедляется. Экономика продолжает возвращаться к траектории сбалансированного роста.

...

Устойчивая тенденция к снижению инфляционных ожиданий пока не сформировалась. Долгосрочные ожидания, рассчитанные из инструментов финансового рынка, немного снизились. Инфляционные ожидания профессиональных аналитиков и населения существенно не изменились. Ценовые ожидания бизнеса в июле несколько выросли впервые с начала года. В целом инфляционные ожидания сохраняются на повышенном уровне. Это может препятствовать более устойчивому замедлению инфляции.

*Отклонение **российской экономики** вверх от траектории сбалансированного роста уменьшается. Оперативные данные, в том числе во 2 квартале 2025 года, и опросные индикаторы свидетельствуют о дальнейшем замедлении роста внутреннего спроса при продолжении умеренного роста общей экономической активности.*

Появляется больше признаков снижения напряжённости на рынке труда. По данным опросов, доля предприятий, испытывающих дефицит кадров, продолжает сокращаться. По-прежнему наблюдаются уменьшение спроса на рабочую силу в отдельных отраслях и её переток в другие секторы. Зарплаты растут медленнее, чем в 2024 году, но темпы их повышения пока опережают рост производительности труда. Безработица находится на исторических минимумах.

***Денежно-кредитные условия** остаются жёсткими под влиянием проводимой денежно-кредитной политики и автономных факторов. С июня номинальные процентные ставки снизились в большинстве сегментов финансового рынка вслед за уменьшением ключевой ставки и пересмотром ожиданий участников рынка по её дальнейшей траектории, но они по-прежнему высокие в реальном выражении. Неценовые условия банковского кредитования также жёсткие.»*

Проанализировав то, что Вы прочитали, выберите из приведённых ниже утверждений количество верных.

- 1) Ставка понижена, так как сформировалась устойчивая тенденция к снижению инфляционных ожиданий.
- 2) Снижение доли предприятий, испытывающих дефицит кадров, является признаком снижения напряжённости на рынке труда.
- 3) Банк России оценивает денежно-кредитные условия как жёсткие, несмотря на снижение номинальных процентных ставок в сегментах финансового рынка.

- 0 утверждений
- 1 утверждение
- 2 утверждения
- 3 утверждения

Комментарий:

«Ставка понижена, так как сформировалась устойчивая тенденция к снижению инфляционных ожиданий». – НЕВЕРНО.

В тексте прямо указано обратное: «Устойчивая тенденция к снижению инфляционных ожиданий пока не сформировалась». Решение о снижении ставки было принято по другим причинам (более быстрое снижение инфляционного давления и замедление роста внутреннего спроса).

«Снижение доли предприятий, испытывающих дефицит кадров, является признаком снижения напряжённости на рынке труда». – ВЕРНО.

Это утверждение дословно соответствует тексту: «Появляется больше признаков снижения напряжённости на рынке труда. По данным опросов, доля предприятий, испытывающих дефицит кадров, продолжает сокращаться».

«Банк России оценивает денежно-кредитные условия как жёсткие, несмотря на снижение номинальных процентных ставок в сегментах финансового рынка». – ВЕРНО.

Текст подтверждает это: «Денежно-кредитные условия остаются жёсткими... С июня номинальные процентные ставки снизились... но они по-прежнему высокие в реальном выражении». Таким образом, снижение номинальных ставок не отменяет общей оценки жёсткости условий.

За верный ответ – 4 балла.

2. Даны два утверждения.

1) Если фирма выпускает продукцию с предельными издержками $MC = 6Q - 2$, то функция общих издержек однозначно имеет вид $TC = 3Q^2 - 2Q$.

2) Если фирма выпускает только целые единицы продукции, квазипостоянные издержки отсутствуют, а предельные издержки заданы как $MC = 8Q - 1$, то $VC = 4Q^2 + 3Q$.

Выберите верные утверждения.

- оба утверждения неверны
- верно только первое
- **верно только второе**
- оба утверждения верны

За верный ответ – 4 балла.

3. На рынке эксклюзивных кофейных зёрен есть один продавец и два покупателя – Громозека и Лёгкий. Громозека готов заплатить за зёрна максимум 12 000 рублей, Лёгкий – максимум 5000 рублей. Себестоимость производства одного пакета кофейных зёрен равна 2000 рублей. Если у продавца нет возможности установить ценовую дискриминацию, то чему будет равна равновесная цена?

- 5000
- 7000
- 10 000
- **12 000**

За верный ответ – 4 балла.

4. Известно, что номинальные доходы выросли на 10 %, а индекс потребительских цен составил 1,08. Как изменились реальные доходы населения?

- **увеличились примерно на 2 %**
- не изменились
- сократились примерно на 2 %
- увеличились примерно на 18 %

За верный ответ – 4 балла.

5. Сколько факторов из перечисленных ниже относится к неценовым факторам предложения труда?

- изменение технологий производства некоторых товаров
 - миграция работников
 - расширение дистанционной занятости
 - увеличение ставки налога на прибыль фирм
- 1
 - 2
 - 3
 - 4

За верный ответ – 4 балла.

Максимальная оценка за тестовые задания – 20 баллов.

Задания с кратким ответом

6. На 1 января 2023 года численность экономически активного населения региона составляла 20 млн человек, а на 1 января 2024 года составляла 25 млн человек. Число безработных на эти даты составило 1,2 млн и 1,0 млн человек соответственно. Найдите, на сколько процентных пунктов изменился уровень безработицы. Если он уменьшился, то ответ запишите со знаком «–».

Ответ: –2

Решение

Уровень безработицы рассчитывается как доля безработных в экономически активном населении.

○ На 1 января 2023 года: $\frac{1,2}{20} \cdot 100 \% = 6 \%$

○ На 1 января 2024 года: $\frac{1,0}{25} \cdot 100 \% = 4 \%$

Итого, уровень безработицы сократился на 2 процентных пункта.

За верный ответ – 8 баллов.

7. Спрос на молоко в городе N предъявляют две группы потребителей – семьи с детьми и пожилые люди. Функция спроса семей с детьми имеет вид $Q_{d1} = 60 - P$, функция спроса пожилых людей – $Q_{d2} = 80 - 2P$, функция рыночного предложения молока $Q_s = 10 + P$ (Q – количество литров молока; P – цена за литр, руб.). Администрация города N в целях увеличения потребления молока пожилыми людьми решает выплачивать им субсидию в размере фиксированной суммы на каждый приобретаемый литр. При какой величине субсидии потребление молока пожилыми людьми увеличится на 10 литров?

Ответ: 10

Решение

Совокупный спрос: $Q_d = \begin{cases} 140 - 3P, P \in [0, 40) \\ 60 - P, P \in [40, 60) \end{cases}$

Ищем равновесие, предположим, цена в диапазоне от 0 до 40

$$140 - 3P = 10 + P$$

$$P = 32,5$$

Потребление пожилых: $Q_{d2} = 80 - 2 \cdot 32,5 = 15$

Потребление семей с детьми: $Q_{d1} = 60 - 32,5 = 27,5$

Требуемое потребление пожилых: $Q_{d2} = 15 + 10 = 25$

Требуемая цена для пенсионеров:

$$25 = 80 - 2P_{\text{треб}} \rightarrow P_{\text{треб}} = 27,5 \rightarrow P_{\text{ост}} = 27,5 + s$$

Условие равновесия: $25 + (60 - 27,5 - s) = 10 + 27,5 + s$

$$57,5 - s = 37,5 + s \rightarrow s = 10$$

За верный ответ – 8 баллов.

8. Удовлетворение Насти от просмотра кей-поп клипов (a) и поедания упаковок голубики (b) имеет следующий функциональный вид:

$$U(a, b) = 3 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b + a - b^{\frac{1}{4}}$$

Какое дополнительное удовлетворение получит Настя от дополнительных 5 кей-поп клипов по сравнению с четырьмя потребляемыми, при фиксированном потреблении 16 упаковок голубики? Количество кей-поп клипов и упаковок голубики может выражаться только целым числом, бюджет позволяет купить указанные количества товаров.

Ответ: 53

Решение

$$\Delta U = U(9, 16) - U(4, 16) = 151 - 98 = 53$$

За верный ответ – 8 баллов.

9. В России действует прогрессивная ставка налогообложения: 13 % для доходов до 2,4 млн рублей, 15 % для доходов от 2,4 до 5 млн рублей, 18 % для доходов от 5 до 20 млн рублей.

Выигрыши в лотерею облагаются ставкой 20 %, доходы от продажи автомобиля, которым владели менее 3 лет, учитываются в общем доходе при вычете из доходов первоначальной стоимости автомобиля, либо можно уменьшить налогооблагаемую базу на фиксированную величину 250 тыс. рублей.

Владимир Иванов зарабатывает 150 000 рублей в месяц. В этом году он продал за 3 000 000 рублей автомобиль, купленный 2 года назад за 2 000 000 рублей. Ещё он выиграл в лотерею 200 000 рублей. Также у Владимира есть 2 ребёнка.

Стандартные вычеты на детей предоставляются ежемесячно, пока доход нарастающим итогом с начала года не превысит 350 000 рублей в конце месяца, вычет за каждого равен 1400 рублей в месяц.

Какую наименьшую сумму налога за год в рублях сможет заплатить Владимир, не нарушая закон?

Ответ: 411 160

Решение

Расчёт доходов Владимира

• **Заработная плата** за год: $150\,000 \cdot 12 = 1\,800\,000$ рублей.

• **Продажа автомобиля:** Автомобиль продан за 3 000 000 рублей, куплен за 2 000 000 рублей (владел менее 3 лет).

Доход от продажи можно учесть двумя способами:

○ Вариант 1: Вычет фактических расходов

$$3\,000\,000 - 2\,000\,000 = 1\,000\,000 \text{ рублей.}$$

○ Вариант 2: Фиксированный вычет 250 000 рублей

$$3\,000\,000 - 250\,000 = 2\,750\,000 \text{ рублей.}$$

Видим, что выгоднее учитывать стоимость авто.

• **Выигрыш в лотерею:** 200 000 рублей (облагается по ставке 20 % отдельно).

Учёт стандартных вычетов на детей

На двух детей вычет составляет $1400 \cdot 2 = 2800$ рублей в месяц.

Вычет предоставляется до месяца, в котором доход нарастающим итогом превысит 350 000 рублей.

Январь: $150\,000 < 350\,000$ – вычет предоставляется.

Февраль: $150\,000 + 150\,000 = 300\,000 < 350\,000$ – вычет предоставляется.

Март: превышение 350 000 – вычет не предоставляется.

Итого вычет за год: 5600 рублей (за январь и февраль).

Налогооблагаемая зарплата:

$1\,800\,000 - 5\,600 = 1\,794\,400$ рублей.

Общий доход для прогрессивной ставки: 2 794 400 рублей.

• Ставка 13 % на доход до 2 400 000 рублей: $2\,400\,000 \cdot 0,13 = 312\,000$ рублей.

• Доход свыше 2 400 000 рублей: $2\,794\,400 - 2\,400\,000 = 394\,400$ рублей.

Ставка 15 % на эту часть: $394\,400 \cdot 0,15 = 59\,160$ рублей.

• Итого налог с общего дохода:

$312\,000 + 59\,160 = 371\,160$ рублей.

• Выигрыш 200 000 рублей облагается по ставке 20 %: $200\,000 \cdot 0,20 = 40\,000$ рублей.

• **Итого налог: $371\,160 + 40\,000 = 411\,160$ рублей.**

За верный ответ – 8 баллов.

10. Монополист закупает сырьё в стране С, а продаёт в стране К. Издержки имеют вид $TC = 10Q^2$ (в валюте страны С). Спрос в стране К имеет вид $Q_d = 240 - 0,4P$, где P – цена товара в валюте страны К. Чему равна прибыль монополиста в валюте страны К, если одна единица валюты страны С стоит 1,25 единицы валюты страны К?

Ответ: 6000

Решение

Запишем прибыль в валюте страны К

$$Pr = (600 - 2,5 \cdot Q) \cdot Q - 10 \cdot Q^2 \cdot 1,25 = 600Q - 2,5Q^2 - 12,5Q^2 = \\ = 600Q - 15Q^2$$

$$600 - 30Q = 0$$

$$Q = 20$$

$$Pr = 6000$$

За верный ответ – 8 баллов.

11. Компания «ВизиоПро» является монополистом на рынке 3D-мониторов. Предельные издержки производства постоянны и равны 10. Функция спроса на 3D-мониторы линейна. Для максимизации прибыли компания обратилась к консультантам, которые определили, что в точке оптимума эластичность спроса по цене равна (-2) . Чему равна цена в точке оптимума?

Ответ: 20

Решение

Пусть спрос выглядит как $Q_d = a - bP$,
тогда $TR = Q \cdot P = P(a - bP) = aP - bP^2$

$$MR = a - 2bP$$

В точке оптимума монополиста $MC = MR = 10$, но важно понимать, что издержки считаются на единицу выпуска, если же пересчитывать MR через цену, то и MC надо вывести через P . $VC = 10Q = 10 \cdot (a - bP) = 10a - 10bP$, тогда MC от цены $= -10b$.

$$MR = MC$$

$$a - 2bP = -10b$$

$$a = b \cdot (2P - 10)$$

Из эластичности:

$$E_p^{Q_d} = -b \cdot \frac{P}{Q} = -b \cdot \frac{P}{a - bP} = -2$$

$$-\frac{bP}{b \cdot 2P - 10b - bP} = -2$$

$$\frac{P}{2P - 10 - P} = 2$$

$$P = 2 \cdot (P - 10)$$

$$P = 20$$

Существует также альтернативное решение с помощью индекса Лернера.

За верный ответ – 8 баллов.

12. Возможности выпуска первого завода заданы как $y = 100 - 2x$, второго – как $y = 50 - \frac{1}{4}x$, где y – килограммы мороженого, а x – литры молока. Также существует возможность покупать и продавать мороженое на рынке, где литр молока стоит 15 д.е., а килограмм мороженого 45 д.е. Сколько максимум можно сделать целых упаковок молочных коктейлей, если на одну упаковку нужен килограмм мороженого и четыре литра молока?

Ответ: 71

Решение

Строим уравнение совокупного КПВ

$$y = \begin{cases} 150 - \frac{1}{4}x, x \in [0, 200] \\ 100 - 2 \cdot (x - 200), x \in (200, 250] \end{cases}$$

Сравниваем соотношение цен (1/3) и альтернативные издержки (1/4 и 2) – выгодно, чтобы завод 1 специализировался на производстве мороженого, завод 2 – молока.

Тогда имеем без торговли 100 кг мороженого и 200 л молока, из чего мы можем сделать $\min\left(100, \frac{200}{4}\right) = 50$ упаковок молочных коктейлей.

Бюджетное ограничение в натуральных единицах выглядит следующим образом (правая часть – стоимость исходного полного разделения производства: 200 л молока + 100 кг мороженого):

$$\begin{aligned} 15 \cdot x + 45 \cdot y &= 200 \cdot 15 + 100 \cdot 45 \\ x + 3 \cdot y &= 500 \end{aligned}$$

Пересекаем это бюджетное ограничение с линией упаковок

$$x = 4y$$

Получаем

$$\begin{aligned} 4y &= 500 - 3y \\ y &= \frac{500}{7} \approx 71,4 \end{aligned}$$

При этом 71 упаковка достижима, для этого нужно обменять 28 кг мороженого, из этого мы получим $200 + 3 \cdot 28 = 284 = 4 \cdot 71$ литров молока, что хватает на 71 упаковку.

За верный ответ – 8 баллов.

13. Производственная функция фирмы имеет вид $F(K, L) = K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}}$, где K – количество станков, L – количество человеко-часов. Известно, что на каждые 4 человеко-часа необходим один станок. Стоимость человеко-часа $w = 2$ д.е., стоимость станка $r = 6$ д.е. Функция общих издержек имеет вид $TC(Q) = aQ^b$. Найдите параметры a и b .

Ответ: $a = 7, b = 1$

Решение

Выпишем функцию издержек $TC = w \cdot L + r \cdot K = 2 \cdot L + 6 \cdot K$

Нам задали строгое соотношение: $K \cdot 4 = L$

$$L = 4 \cdot K$$

Выполним подстановку в производственную функцию $Q = K^{\frac{1}{2}} \cdot (4 \cdot K)^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot K$

$$K = 0,5 \cdot Q$$

$$L = 4 \cdot 0,5 \cdot Q = 2 \cdot Q$$

Теперь подставим в функцию издержек

$$TC = 2 \cdot 2 \cdot Q + 6 \cdot 0,5 \cdot Q = 7Q$$

$TC = 7Q$, следовательно, $a = 7, b = 1$.

За каждый верный ответ – 4 балла.

Максимальный балл за задание – 8.

14. В городе СП две совершенно конкурентные фирмы занимаются производством общественного блага – уборкой снега. Для уборки каждого квадратного метра любой фирме необходимо понести издержки в размере 2 д.е. на оплату труда дворников. Дополнительно фирмы несут затраты на материалы:

- Фирма 1: $q_1^2 + 2q_1$ д.е. для уборки q_1 кв. метров.

- Фирма 2: $2q_2^2 + q_2$ д.е. для уборки q_2 кв. метров.

Цена за каждый очищенный квадратный метр установлена на уровне $P = 10$.

Найдите суммарное предложение фирм 1 и 2.

Ответ: 4,75

Решение

Фирма 1: $TC_1 = 2q_1 + (q_1^2 + 2q_1) = q_1^2 + 4q_1$

Фирма 2: $TC_2 = 2q_2 + (2q_2^2 + q_2) = 2q_2^2 + 3q_2$

$$MC_1 = 2q_1 + 4$$

$$MC_2 = 4q_2 + 3$$

На совершенно конкурентном рынке фирмы действуют по отдельности, максимизируя свою прибыль из условия $P = MC$

$$10 = 2q_1 + 4 \Rightarrow q_1 = 3$$

$$10 = 4q_2 + 3 \Rightarrow q_2 = 7/4$$

$$q_1 + q_2 = 3 + 1,75 = 4,75$$

За верный ответ – 8 баллов.

15. Школьник Ваня очень любит есть шоколадки летом, и раз в неделю мама даёт ему по 1000 рублей на покупку шоколадок. Одна шоколадка в магазине стоит 50 рублей. До конца лета осталось всего 2 недели, и тут Ванина мама решила научить его финансовой грамотности. Она даст ему по 1000 рублей в начале каждой из этих 2 недель, но позволит ему в течение первой недели занять или «положить на депозит» любую сумму вплоть до 500 рублей со ставкой в 10 % за неделю. Известно, что Ванина полезность от потребления шоколадок в эти 2 недели описывается функцией $U = c_1 \cdot c_2$, где c_1 и c_2 – количество употреблённых шоколадок (в штуках) в соответствующие недели. Сколько шоколадок купит в первую неделю максимизирующий полезность Ваня? Ответ округлите до десятых. Количество шоколадок может быть нецелым.

Ответ: 19,1

Решение

Запишем бюджетное ограничение Вани, предполагая, что Ванин кредит/депозит не превысит 500 руб.

$$50c_1(1 + r) + 50c_2 = y_1(1 + r) + y_2$$

То есть имеем ограничение

$$55c_1 + 50c_2 = 2100$$

$$c_2 = 42 - 1,1c_1$$

Подставляя это ограничение в полезность, получаем $U = c_1(42 - 1,1c_1)$ – это парабола ветвями вниз, максимум достигается при $c_1^* \approx 19,1$ штук шоколадок (депозит в таком случае не превысит 500 руб.).

Альтернативное решение

Пусть s – сумма, которую Ваня положит на депозит в первую неделю ($0 \leq s \leq 500$).

Тогда

$$c_1 = \frac{1000 - s}{50}, c_2 = \frac{1000 + 1,1s}{50}$$

$$\begin{aligned} U &= c_1 \cdot c_2 = \frac{1000 - s}{50} \cdot \frac{1000 + 1,1s}{50} = \\ &= 400 + \frac{2s}{50} - \frac{1,1}{2500}s^2 \end{aligned}$$

Максимум полезности достигается при $s \approx 45,45 \leq 500$, следовательно, можно найти $c_1 = 20 - \frac{s}{50} \approx 19,1$

За верный ответ – 8 баллов.

Максимальная оценка за задания с кратким ответом – 80 баллов.