

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 7 КЛАСС

Задача 1.1. Куб $3 \times 3 \times 3$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули кубик, находившийся в середине одного из рёбер большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая четыре новые квадратные грани выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики.

Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Вариант 1.2. Куб $4 \times 4 \times 4$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули один из двух кубиков, не являющихся угловыми и находящихся на одном ребре большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая четыре новые квадратные грани выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Вариант 1.3. Куб $3 \times 3 \times 3$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули кубик, находившийся в центре одной из граней большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая пять новых квадратных граней выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Вариант 1.4. Куб $4 \times 4 \times 4$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули один из четырёх кубиков, не примыкающих к рёбрам и находящихся на одной грани большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая пять новых квадратных граней выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Задача 2.1. Только в одной из четырёх коробок A , B , C , D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A : «Ключ не в коробке A »;

B : «Ключ в коробке A или C »;

C : «Ключ не в коробке B »;

D : «Ключ в коробке D ».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Вариант 2.2. Только в одной из четырёх коробок A, B, C, D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A : «Ключ в коробке A »;

B : «Ключ не в коробке B »;

C : «Ключ в коробке B или D »;

D : «Ключ не в коробке C ».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Вариант 2.3. Только в одной из четырёх коробок A, B, C, D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A : «Ключ не в коробке D »;

B : «Ключ в коробке B »;

C : «Ключ не в коробке C »;

D : «Ключ в коробке A или C ».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Вариант 2.4. Только в одной из четырёх коробок A, B, C, D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A : «Ключ в коробке B или D »;

B : «Ключ не в коробке A »;

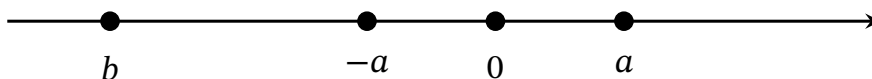
C : «Ключ в коробке C »;

D : «Ключ не в коробке D ».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Задача 3.1. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

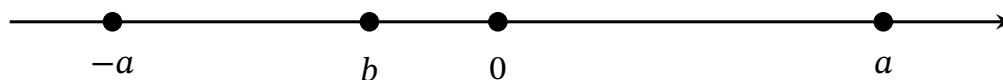
1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $a + 2b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.1

Вариант 3.2. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

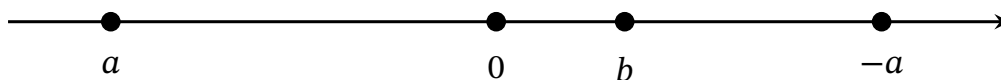
1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $2a + b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.2

Вариант 3.3. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

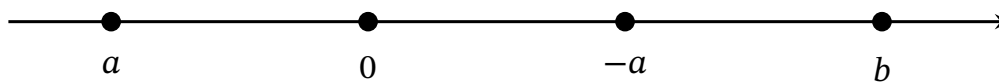
1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $2a + b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.3

Вариант 3.4. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $a + 2b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.4

Задача 4.1. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки $A2$ и $C4$.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки $A2$, так и от клетки $C4$? Выберите все подходящие варианты:

	A	B	C	D	E
5					
4			×		
3					
2	×				
1					

К задаче 4.1

Вариант 4.2. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки $B1$ и $D3$.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки $B1$, так и от клетки $D3$? Выберите все подходящие варианты:

	A	B	C	D	E
5					
4					
3				×	
2					
1		×			

К задаче 4.2

Вариант 4.3. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки C2 и E4.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки C2, так и от клетки E4? Выберите все подходящие варианты:

	A	B	C	D	E
5					
4					×
3					
2			×		
1					

К задаче 4.3

Вариант 4.4. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки B3 и D5.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки B3, так и от клетки D5? Выберите все подходящие варианты:

	A	B	C	D	E
5				×	
4					
3		×			
2					
1					

К задаче 4.4

Задача 5.1. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 12, \quad b - c = 5, \quad d = 2c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Вариант 5.2. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 8, \quad b - c = 2, \quad d = 2c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Вариант 5.3. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 10, \quad b - c = 5, \quad d = 3c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Вариант 5.4. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 7, \quad b - c = 4, \quad d = 4c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Задача 6.1. На доске нарисован прямоугольник площади 130. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 2, а короткую увеличить на 2, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Вариант 6.2. На доске нарисован прямоугольник площади 96. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 1, а короткую увеличить на 1, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Вариант 6.3. На доске нарисован прямоугольник площади 230. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 2, а короткую увеличить на 2, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Вариант 6.4. На доске нарисован прямоугольник площади 300. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 3, а короткую увеличить на 3, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

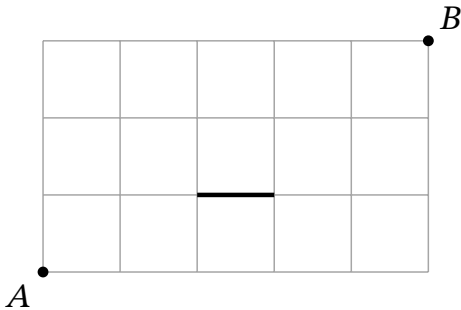
Задача 7.1. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 7776. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Вариант 7.2. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 3456. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Вариант 7.3. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 3375. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

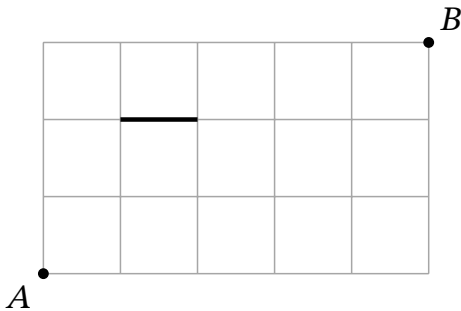
Вариант 7.7.4. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 1215. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Задача 8.1. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B , не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



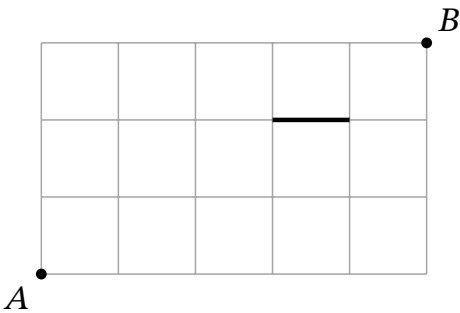
К задаче 8.1

Вариант 8.2. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B , не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



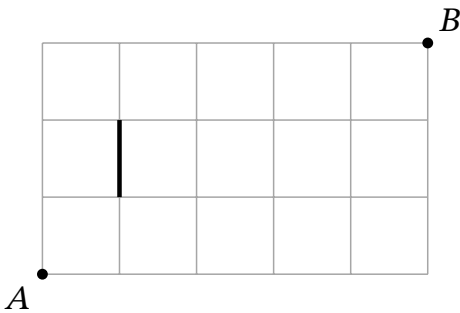
К задаче 8.2

Вариант 8.3. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки *A* в точку *B*, не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.3

Вариант 8.4. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки *A* в точку *B*, не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.4

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.

ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 7 КЛАСС

ОТВЕТЫ

Максимальный балл за задание — 7. Максимальный балл за олимпиаду — 56

Задача 1.1. Куб $3 \times 3 \times 3$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули кубик, находившийся в середине одного из рёбер большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая четыре новые квадратные грани выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики.

Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Ответ: 13

Решение. До удаления кубика у большого куба было 12 кубиков ровно с двумя окрашенными гранями: это средние кубики его рёбер. Один из них вынули, поэтому осталось 11 таких кубиков.

С выемкой граничат четыре кубика. Два из них угловые; после покраски у каждого из них будет по четыре окрашенные грани. Два других раньше имели по одной окрашенной грани, а теперь получили ещё по одной. Значит, к 11 кубикам добавились ещё два. Итого $11 + 2 = 13$.

Вариант 1.2. Куб $4 \times 4 \times 4$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули один из двух кубиков, не являющихся угловыми и находящихся на одном ребре большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая четыре новые квадратные грани выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Ответ: 24.

Вариант 1.3. Куб $3 \times 3 \times 3$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули кубик, находившийся в центре одной из граней большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая пять новых квадратных граней выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Ответ: 8.

Вариант 1.4. Куб $4 \times 4 \times 4$ составлен из единичных кубиков. Из него вынули один из четырёх кубиков, не примыкающих к рёбрам и находящихся на одной грани большого куба. Затем всю поверхность получившегося тела, включая пять новых квадратных граней выемки, покрасили, после чего тело разобрали на единичные кубики. Сколько кубиков имеют ровно 2 окрашенные грани?

Ответ: 24.

Задача 2.1. Только в одной из четырёх коробок A , B , C , D лежит ключ. На коробках написано следующее:

A : «Ключ не в коробке A »;

B : «Ключ в коробке A или C »;

C: «Ключ не в коробке *B*»;

D: «Ключ в коробке *D*».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Ответ: Ключ в коробке *B*.

Решение. Проверим все четыре возможных положения ключа. Если ключ лежит в *A*, истинны надписи на *B* и *C*. Если ключ лежит в *B*, истинна только надпись на *A*. Если ключ лежит в *C*, истинны надписи на *A*, *B* и *C*. Наконец, если ключ лежит в *D*, истинны надписи на *A*, *C* и *D*.

Ровно одна надпись истинна лишь во втором случае, поэтому ключ находится в коробке *B*.

Вариант 2.2. Только в одной из четырёх коробок *A*, *B*, *C*, *D* лежит ключ. На коробках написано следующее:

A: «Ключ в коробке *A*»;

B: «Ключ не в коробке *B*»;

C: «Ключ в коробке *B* или *D*»;

D: «Ключ не в коробке *C*».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Ответ: Ключ в коробке *C*.

Вариант 2.3. Только в одной из четырёх коробок *A*, *B*, *C*, *D* лежит ключ. На коробках написано следующее:

A: «Ключ не в коробке *D*»;

B: «Ключ в коробке *B*»;

C: «Ключ не в коробке *C*»;

D: «Ключ в коробке *A* или *C*».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

Ответ: Ключ в коробке *D*.

Вариант 2.4. Только в одной из четырёх коробок *A*, *B*, *C*, *D* лежит ключ. На коробках написано следующее:

A: «Ключ в коробке *B* или *D*»;

B: «Ключ не в коробке *A*»;

C: «Ключ в коробке *C*»;

D: «Ключ не в коробке *D*».

Известно, что ровно одна из этих надписей истинна. В какой коробке находится ключ?

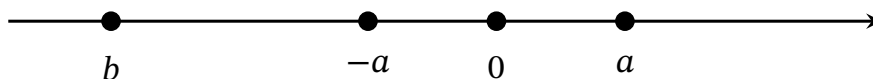
Ответ: Ключ в коробке *A*.

Задача 3.

Всего 7 баллов. Если не указан один из ответов, то 5 баллов.

Задача 3.1. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $a + 2b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.1

Ответ: 2, 3, 4, 6.

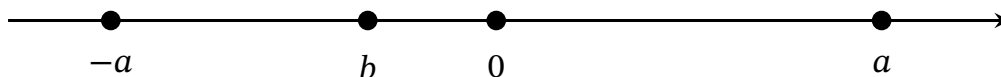
Решение. По рисунку

$$b < -a < 0 < a.$$

Поэтому $ab < 0$, $a + b < 0$, $\frac{a}{b} < 0$ и $a - b > 0$. Кроме того, $b < -a$ влечёт $2b < -2a$, откуда $a + 2b < -a < 0$. Наконец, $b < 0$ и $a - b > 0$, поэтому $b(a - b) < 0$. Верны неравенства 2, 3, 4 и 6.

Вариант 3.2. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $2a + b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.

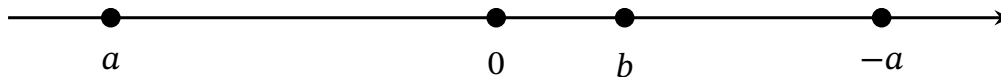


К задаче 3.2

Ответ: 3, 4, 5, 6.

Вариант 3.3. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $2a + b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.

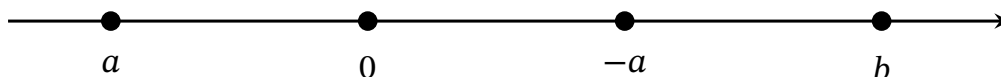


К задаче 3.3

Ответ: 2, 3, 6.

Вариант 3.4. На числовой оси отмечены точки, соответствующие числам b , $-a$ и a (см. рис.). Какие утверждения верны? Выберите все подходящие варианты:

1. $ab > 0$;
2. $a + b < 0$;
3. $\frac{a}{b} < 0$;
4. $a - b > 0$;
5. $a + 2b > 0$;
6. $b(a - b) < 0$.



К задаче 3.4

Ответ: 3, 5, 6.

Задача 4.

Всего 7 баллов. Если не указан один из ответов, то 5 баллов.

Задача 4.1. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки A2 и C4.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки A2, так и от клетки C4? Выберите все подходящие варианты:

Ответ: A5, C1 и D2.

	A	B	C	D	E
5					
4			×		
3					
2	×				
1					

К задаче 4.1

Решение. Клетки на расстоянии 3 от A2, не выходящие за пределы квадрата, — это

A5, B4, C3, D2, C1.

Проверим их расстояния до C4. Для клеток A5, D2 и C1 они равны соответственно

$$2 + 1 = 3, \quad 1 + 2 = 3, \quad 0 + 3 = 3.$$

Клетки B4 и C3 находятся от C4 на расстоянии 1. Поэтому подходят только клетки A5, C1 и D2.

Вариант 4.2. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки B1 и D3.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки B1, так и от клетки D3? Выберите все подходящие варианты:

	A	B	C	D	E
5					
4					
3				×	
2					
1		×			

К задаче 4.2

Ответ: A3, B4 и E1.

Вариант 4.3. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки C2 и E4.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки C2, так и от клетки E4? Выберите все подходящие варианты:

	A	B	C	D	E
5					
4					×
3					
2			×		
1					

К задаче 4.3

Ответ: E1, C5 и B4.

Вариант 4.4. Каждая клетка квадрата обозначена буквой столбца и номером строки. За один шаг можно перейти из клетки в соседнюю клетку, имеющую с ней общую сторону. Расстоянием между двумя клетками называется наименьшее число шагов, необходимое для перехода из одной клетки в другую.

На рисунке крестиками отмечены клетки B3 и D5.

Какие клетки находятся на расстоянии 3 как от клетки B3, так и от клетки D5? Выберите все подходящие варианты:

	A	B	C	D	E
5				×	
4					
3		×			
2					
1					

К задаче 4.4

Ответ: A5, D2 и E3.

Задача 5.1. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 12, \quad b - c = 5, \quad d = 2c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Ответ: 57249.

Решение. Положим $c = x$. Тогда из данных равенств последовательно получаем

$$b = x + 5, \quad a = 12 - b = 7 - x, \quad d = 2x, \quad e = a + d = 7 + x.$$

Так как все эти числа являются цифрами, из $e = 7 + x \leq 9$ следует $0 \leq x \leq 2$.

Сумма цифр кода равна

$$(7 - x) + (x + 5) + x + 2x + (7 + x) = 19 + 4x.$$

Для делимости кода на 9 эта сумма должна делиться на 9. При $x = 0, 1, 2$ это возможно только для $x = 2$, когда сумма равна 27. Тогда

$$(a, b, c, d, e) = (5, 7, 2, 4, 9),$$

то есть код равен 57249.

Вариант 5.2. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 8, \quad b - c = 2, \quad d = 2c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Ответ: 53127.

Вариант 5.3. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 10, \quad b - c = 5, \quad d = 3c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Ответ: 37269.

Вариант 5.4. Код камеры хранения состоит из пяти различных цифр и имеет вид $\overline{abcde}$, причём первая цифра не равна нулю. Известно, что

$$a + b = 7, \quad b - c = 4, \quad d = 4c, \quad e = a + d,$$

а сам код делится на 9. Восстановите код.

Ответ: 25146.

Задача 6.1. На доске нарисован прямоугольник площади 130. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 2, а короткую увеличить на 2, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Ответ: 134.

Решение. Пусть сторона получившегося квадрата равна x . Тогда стороны исходного прямоугольника равны $x + 2$ и $x - 2$. По условию

$$(x + 2)(x - 2) = 130.$$

Следовательно,

$$x^2 - 4 = 130, \quad x^2 = 134.$$

Но x^2 и есть площадь получившегося квадрата, поэтому ответ равен 134.

Вариант 6.2. На доске нарисован прямоугольник площади 96. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 1, а короткую увеличить на 1, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Ответ: 97.

Вариант 6.3. На доске нарисован прямоугольник площади 230. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 2, а короткую увеличить на 2, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Ответ: 234.

Вариант 7.6.4. На доске нарисован прямоугольник площади 300. Оказалось, что если длинную сторону уменьшить на 3, а короткую увеличить на 3, то прямоугольник станет квадратом. Найдите площадь получившегося квадрата.

Ответ: 309.

Задача 7.1. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 7776. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Ответ: 36.

Решение. Пусть меньшее из чисел равно m . Если наибольший общий делитель двух чисел равен одному из них, то меньшее число делит большее. Значит, большее число имеет вид mk , и

$$m^2k = 7776.$$

Разложим произведение на простые множители:

$$7776 = 2^5 \cdot 3^5.$$

Так как m^2 делит 7776, в разложение m могут входить не более чем 2^2 и 3^2 . Поэтому $m \leq 2^2 \cdot 3^2 = 36$.

Значение 36 достигается: второе число тогда равно $7776 : 36 = 216$, причём 36 делит 216. Следовательно, наибольшее возможное значение меньшего числа равно 36.

Вариант 7.2. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 3456. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Ответ: 24.

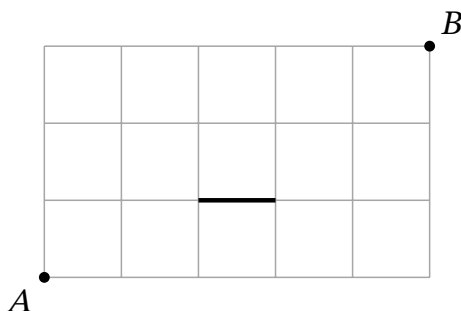
Вариант 7.3. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 3375. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Ответ: 15.

Вариант 7.7.4. Наибольший общий делитель двух натуральных чисел равен одному из этих чисел, а их произведение равно 1215. Какое наибольшее значение может принимать наименьшее из этих чисел?

Ответ: 9.

Задача 8.1. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B , не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.1

Ответ: 38.

Решение. Зададим координаты узлам сетки: точка (x, y) находится на x шагов вправо и y шагов вверх от точки A . Тогда $A = (0, 0)$, $B = (5, 3)$. Обозначим концы запрещённого отрезка через $C = (2, 1)$ и $D = (3, 1)$.

Сначала посчитаем все пути из A в B , не учитывая запрещённый отрезок. Каждый такой путь состоит из восьми шагов: пяти вправо и трёх вверх. Чтобы задать путь, достаточно указать, на каких трёх из восьми мест стоят шаги вверх. Число способов выбрать эти места равно

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56.$$

Делим на $3 \cdot 2 \cdot 1$, потому что порядок выбора трёх мест не важен.

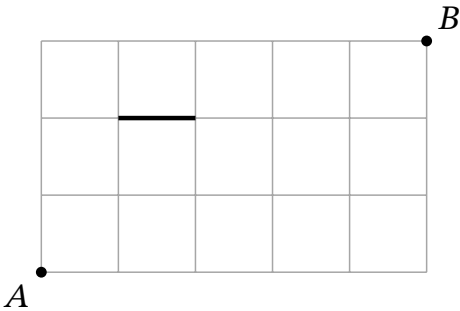
Теперь посчитаем пути, проходящие по запрещённому отрезку CD . Каждый из них состоит из пути из A в C , затем шага CD , а затем пути из D в B . До точки C нужно сделать два шага вправо и один вверх: шаг вверх можно поставить на любое из трёх мест, значит, есть 3 пути. От D до B нужны два шага вправо и два вверх. Выбрать места для двух шагов вверх среди четырёх можно шестью способами.

Выбор пути из A в C не зависит от выбора пути из D в B : каждая такая пара путей задаёт ровно один путь через CD . Поэтому запрещённый отрезок используют $3 \cdot 6 = 18$ путей.

Итак, от 56 путей вычитаем 18 путей, проходящих по запрещённому отрезку:

$$56 - 18 = 38.$$

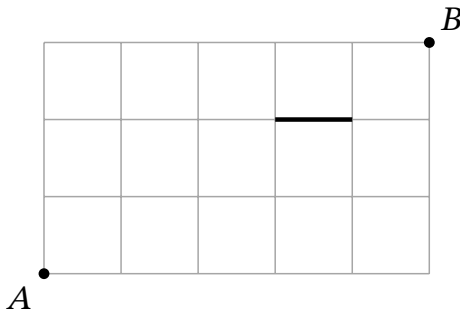
Вариант 8.2. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B , не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.2

Ответ: 44.

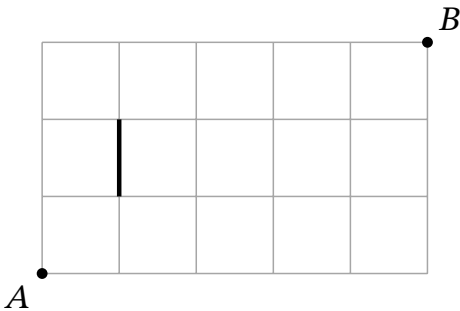
Вариант 8.3. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B , не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.3

Ответ: 36.

Вариант 8.4. Робот может передвигаться по линиям сетки только вправо или вверх. Сколькими способами он может пройти из точки A в точку B , не проходя по участку, отмеченному на рисунке жирной линией?



К задаче 8.4

Ответ: 46.