

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 6 КЛАСС

Максимальное количество баллов 32, по 4 балла за задачу.

Задача 1.

4 балла за любую верную пару, частичных баллов нет.

1.1. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 9 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 9 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.

1.2. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 8 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 8 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.

1.3. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 7 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 7 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.

1.4. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 6 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 6 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.

Задача 2

4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

2.1. Пират Джек поднялся на корабль на 4 минуты раньше пирата Билли, но на 2 минуты позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 3 минуты раньше Билли и на 6 минут раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

2.2. Пират Джек поднялся на корабль на 6 минут раньше пирата Билли, но на 1 минуту позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 5 минут раньше Билли и на 3 минуты раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

2.3. Пират Джек поднялся на корабль на 3 минуты раньше пирата Билли, но на 5 минут позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 2 минуты раньше Билли и на 7 минут раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

2.4. Пират Джек поднялся на корабль на 5 минут раньше пирата Билли, но на 4 минуты позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 6 минут раньше Билли и на 2 минуты раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

Задача 3

4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

3.1. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 48 см, найдите длину удава в сантиметрах.

3.2. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 54 см, найдите длину удава в сантиметрах.

3.3. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 60 см, найдите длину удава в сантиметрах.

3.4. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 66 см, найдите длину удава в сантиметрах.

Задача 4

4 балла за полностью верный ответ; 1 балл за верный выбор двух параметров из трёх.

4.1. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Три белых голубя».

Таня: «Четыре белых лебедя».

Ваня: «Четыре чёрные вороны».

Даня: «Две серые вороны».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то – их окраску, кто-то – вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

4.2. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Три белых лебедя».

Таня: «Две белых вороны».

Ваня: «Два чёрных голубя».

Даня: «Четыре серых голубя».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то – их окраску, кто-то – вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

4.3. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Три белых вороны».

Таня: «Четыре белых голубя».

Ваня: «Четыре чёрных лебедя».

Даня: «Два серых лебедя».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то – их окраску, кто-то – вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

4.4. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Два белых голубя».

Таня: «Три белых лебедя».

Ваня: «Три чёрных вороны».

Даня: «Четыре серые вороны».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то – их окраску, кто-то – вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

Задача 5

4 балла за верный ответ; частичных баллов нет.

5.1. Расставьте знаки «·» или «:» между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

1 _ 2 _ 3 _ 4 _ 5 _ 6 _ 7 _ 8 _ 9 _ 10

Какой получился результат? _____

5.2. Расставьте знаки «·» или «:» между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

1 _ 2 _ 3 _ 4 _ 5 _ 6 _ 7 _ 8 _ 9 _ 14

Какой получился результат? _____

5.3. Расставьте знаки «·» или «:» между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

10 _ 9 _ 8 _ 7 _ 6 _ 5 _ 4 _ 3 _ 2 _ 1

Какой получился результат? _____

5.4. Расставьте знаки «·» или «:» между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

14 _ 9 _ 8 _ 7 _ 6 _ 5 _ 4 _ 3 _ 2 _ 1

Какой получился результат? _____

Задача 6

4 балла за полностью верный ответ; если верно найдены рубины, а алмазы и изумруды перепутаны наоборот – 2 балла.

6.1. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **10, 11, 12, 13, 16 и 22 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

6.2. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **8, 11, 15, 16, 17 и 20 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

6.3. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **12, 13, 14, 15, 16 и 25 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

6.4. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **10, 13, 14, 15, 16 и 25 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

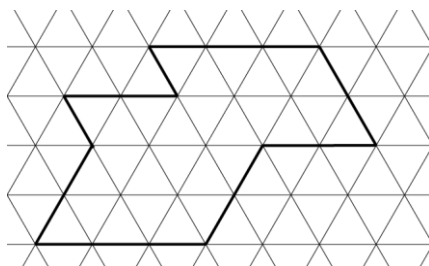
Задача 7

4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

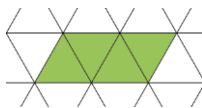
7.1. Сколькими способами следующую фигуру можно разрезать на полоски такого вида?



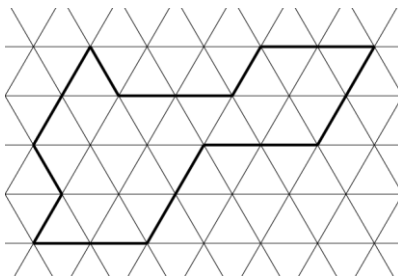
Полоски можно поворачивать и переворачивать. Способы считаются разными, если хотя бы одна из линий разреза проходит по-другому.



7.2. Сколькими способами следующую фигуру можно разрезать на полосы такого вида?



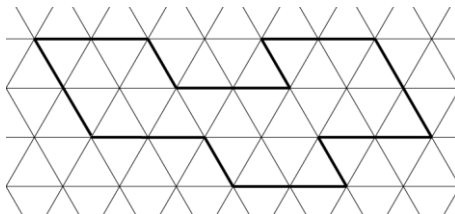
Полоски можно поворачивать и переворачивать. Способы считаются разными, если хотя бы одна из линий разреза проходит по-другому.



7.3. Сколькими способами следующую фигуру можно разрезать на полосы такого вида?



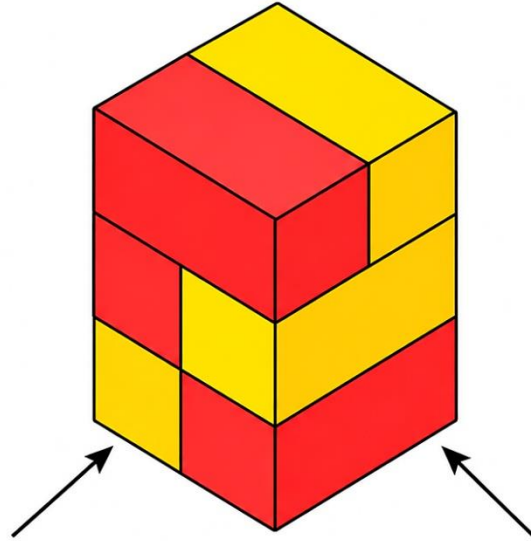
Полоски можно поворачивать и переворачивать. Способы считаются разными, если хотя бы одна из линий разреза проходит по-другому.



Задача 8

4 балла за верный ответ; частичные баллы: а) – 2 балла; б) – 1 балл; в) – 1 балл.

Рисунок к задачам 8.1, 8.2, 8.3, 8.4



с этой стороны видно
3 красных бруска,
один из которых
лежит гранью 1×2

с этой стороны видно
2 красных бруска,
один из которых
лежит гранью 1×2

8.1. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 14 красных брусочков, если сзади – 15 красных брусочков. Если слева – 17, а если справа – 23 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

8.2. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 15 красных брусочков, если сзади – 17 красных брусочков. Если слева – 19, а если справа – 24 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

8.3. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 14 красных брусочков, если сзади – 17 красных брусочков. Если слева – 18, а если справа – 23 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

8.4. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 15 красных брусочков, если сзади – 14 красных брусочков. Если слева – 20, а если справа – 23 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИКА. 2026–2027 уч. г.
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 6 КЛАСС
ЗАДАНИЯ, ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Максимальное количество баллов 32, по 4 балла за задачу.

Задача 1.

4 балла за любую верную пару, частичных баллов нет.

1.1. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 9 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 9 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.
Ответ: «Альфа» – 9 и «Бета» – 8 или «Альфа» – 18 и «Бета» – 16.

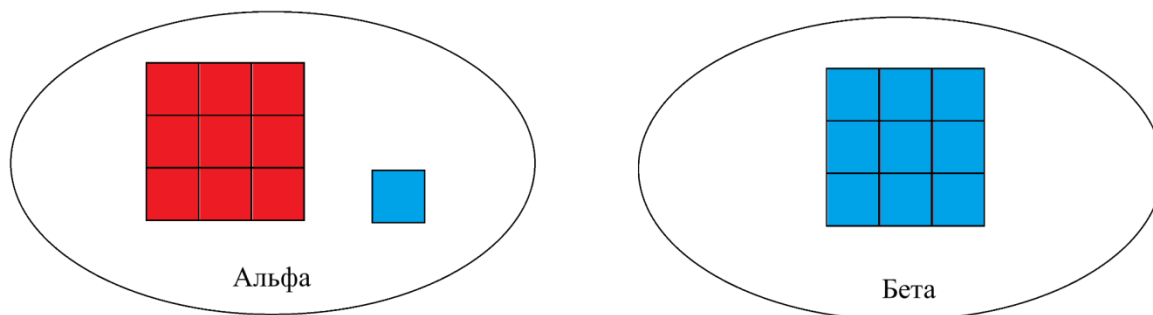
1.2. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 8 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 8 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.
Ответ: «Альфа» – 8 и «Бета» – 7 или «Альфа» – 16 и «Бета» – 14.

1.3. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 7 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 7 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.
Ответ: «Альфа» – 7 и «Бета» – 6 или «Альфа» – 14 и «Бета» – 12.

1.4. На космической станции есть грузовые капсулы двух моделей. «Альфа» привозит 6 кристаллов льда и 1 кристалл пламени. «Бета» – 6 кристаллов пламени. Снарядите несколько капсул каждой модели так, чтобы в сумме кристаллов льда было доставлено столько же, сколько и кристаллов пламени.
Ответ: «Альфа» – 6 и «Бета» – 5 или «Альфа» – 12 и «Бета» – 10 или «Альфа» – 18 и «Бета» – 15.

Комментарий 1.1.

Лёд перевозит только Альфа, можно представить что она перевозит их упаковками по 9 штук. Если пламени должно быть столько же, то в сумме они тоже должны образовывать несколько целых упаковок по 9. Капсула Бета и так перевозит их упаковками по 9, значит количество кристаллов пламени, доставленных Альфой должно в сумме давать целые упаковки (одну или несколько). Так как Альфа доставляет только по 1 кристаллу пламени, то чтобы набрать целую упаковку, рейсов должно быть 9 или больше (но тоже кратно 9).



Пробуем: если капсул Альфа 9 штук, то они доставят 9 упаковок кристаллов пламени. Значит у нас должно быть и 9 упаковок кристаллов льда. Девять капсул Альфа перевезут 9 кристаллов пламени, т.е. одну упаковку. Оставшиеся 8 упаковок должны привезти капсулы Бета.

Задача 2

4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

2.1. Пират Джек поднялся на корабль на 4 минуты раньше пирата Билли, но на 2 минуты позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 3 минуты раньше Билли и на 6 минут раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

Ответ: 7 минут.

2.2. Пират Джек поднялся на корабль на 6 минут раньше пирата Билли, но на 1 минуту позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 5 минут раньше Билли и на 3 минуты раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

Ответ: 4 минуты.

2.3. Пират Джек поднялся на корабль на 3 минуты раньше пирата Билли, но на 5 минут позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 2 минуты раньше Билли и на 7 минут раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

Ответ: 8 минут.

2.4. Пират Джек поднялся на корабль на 5 минут раньше пирата Билли, но на 4 минуты позже пирата Тома. После морского праздника пираты стали сходить на берег. Первым сошёл Том: он ушёл на 6 минут раньше Билли и на 2 минуты раньше Джека.

На сколько минут Джек пробыл на корабле дольше, чем Билли?

Ответ: 1 минута.

Решение 2.1.

Расположим приход пиратов на корабль вдоль оси времени (1 клетка – 1 минута):



Расположим вдоль оси времени, когда пираты уходили с корабля (относительно друг друга):



Значит, Джек пришёл на 4 минуты раньше Билли, а ушёл на 3 минуты позже, то есть пробыл на корабле на 7 минут дольше.

Задача 3

4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

3.1. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 48 см, найдите длину удава в сантиметрах.

Ответ: 480.

3.2. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 54 см, найдите длину удава в сантиметрах.

Ответ: 540.

3.3. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 60 см, найдите длину удава в сантиметрах.

Ответ: 600.

3.4. Слонёнок измерял длину удава разными способами и выяснил, что длина трёх удавов оказалась равна 10 крокодилам. А в одном удаве оказались три крокодила и одна обезьянка. Длина обезьянки 66 см, найдите длину удава в сантиметрах.

Ответ: 660.

Решение 3.1.

По условию один удав равен по длине трём крокодилам и одной обезьянке. Значит, три удава равны по длине девяти крокодилам и трём обезьянкам, но по условию три удава равны десяти крокодилам.

Следовательно, три обезьянки равны по длине одному крокодилу.

Длина крокодила равна $48 \cdot 3 = 144$ см.

Тогда длина удава равна $144 \cdot 3 + 48 = 480$ см.

Задача 4

4 балла за полностью верный ответ; 1 балл за верный выбор двух параметров из трёх.

4.1. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Три белых голубя».

Таня: «Четыре белых лебедя».

Ваня: «Четыре чёрные вороны».

Даня: «Две серые вороны».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то — их окраску, кто-то — вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

Ответ: четыре серых голубя.

4.2. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Три белых лебедя».

Таня: «Две белых вороны».

Ваня: «Два чёрных голубя».

Даня: «Четыре серых голубя».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то — их окраску, кто-то — вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

Ответ: два серых лебедя.

4.3. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Три белых вороны».

Таня: «Четыре белых голубя».

Ваня: «Четыре чёрных лебедя».

Даня: «Два серых лебедя».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то – их окраску, кто-то – вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

Ответ: четыре серых вороны.

4.4. Четверо юных орнитологов увидели стаю птиц. Все птицы были одного вида и одной окраски. Вскоре стая улетела, и ребята стали вспоминать, что они видели.

Аня: «Два белых голубя».

Таня: «Три белых лебедя».

Ваня: «Три чёрных вороны».

Даня: «Четыре серые вороны».

Кто-то верно назвал количество птиц, кто-то – их окраску, кто-то – вид, но каждый из четверых указал верно только одно.

Какие птицы были в стае, сколько их было и какого они были цвета?

Ответ: три серых голубя.

Решение 4.1.

Разберемся, какого цвета могли быть птицы.

Если птицы были белыми, то Аня и Таня верно назвали цвет, а количество и вид указали неверно. Значит, птиц было не 3 и не 4, и это не голуби и не лебеди. Ваня ошибся в количестве и цвете, поэтому должен был верно назвать вид: вороны. Но тогда Даня тоже верно назвал вид, а количество указал неверно. Получается, что никто не угадал количество птиц. Так по условию быть не может.

Предположим, что птицы были чёрными. Тогда Ваня верно назвал цвет, а количество и вид указал неверно. Значит, птиц было не 4, и это не вороны. Тогда Даня мог верно назвать только количество: 2 птицы. Но в таком случае и Аня, и Таня должны были верно назвать вид, но Аня назвала голубями, а Таня – лебедями. Это невозможно.

Значит, птицы были серыми. Тогда Даня верно назвал цвет, но ошибся в количестве и виде. Следовательно, птиц было не 2, и это не вороны. Ваня ошибся в цвете и виде, поэтому верно назвал количество – 4 птицы. Таня тоже верно назвала количество, а значит, ошиблась в цвете и виде. Аня ошиблась в количестве и цвете, поэтому верно назвала вид – голуби.

Задача 5

4 балла за верный ответ; частичных баллов нет.

5.1. Расставьте знаки « $\cdot$ » или « $:$ » между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

$$1 _ 2 _ 3 _ 4 _ 5 _ 6 _ 7 _ 8 _ 9 _ 10$$

Какой получился результат? _____

Ответ один из:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 : 8 : 9 : 10 = 7$$

$$1 \cdot 2 : 3 \cdot 4 : 5 : 6 \cdot 7 : 8 \cdot 9 \cdot 10 = 7$$

$$1 \cdot 2 : 3 : 4 \cdot 5 : 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 : 10 = 7$$

$$1 : 2 \cdot 3 \cdot 4 : 5 \cdot 6 \cdot 7 : 8 : 9 \cdot 10 = 7$$

$$1 : 2 \cdot 3 : 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 : 9 : 10 = 7$$

$$1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 7$$

Результат: 7

5.2. Расставьте знаки « $\cdot$ » или « $:$ » между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

$$1 _ 2 _ 3 _ 4 _ 5 _ 6 _ 7 _ 8 _ 9 _ 14$$

Какой получился результат? _____

Ответ один из:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 : 8 : 9 : 14 = 5$$

$$1 \cdot 2 : 3 \cdot 4 \cdot 5 : 6 : 7 : 8 \cdot 9 \cdot 14 = 5$$

$$1 \cdot 2 : 3 : 4 \cdot 5 : 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 : 14 = 5$$

$$1 : 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 : 7 : 8 : 9 \cdot 14 = 5$$

$$1 : 2 \cdot 3 : 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 : 9 : 14 = 5$$

$$1 : 2 : 3 : 4 \cdot 5 : 6 : 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 14 = 5$$

Результат: 5

5.3. Расставьте знаки « $\cdot$ » или « $:$ » между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

$$10_9_8_7_6_5_4_3_2_1$$

Какой получился результат? _____

Ответ один из:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 : 6 : 5 : 4 : 3 : 2 \cdot 1 = 7$$

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 : 6 : 5 : 4 : 3 : 2 : 1 = 7$$

$$10 \cdot 9 : 8 \cdot 7 : 6 : 5 \cdot 4 : 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7$$

$$10 \cdot 9 : 8 \cdot 7 : 6 : 5 \cdot 4 : 3 \cdot 2 : 1 = 7$$

$$10 : 9 : 8 \cdot 7 \cdot 6 : 5 \cdot 4 \cdot 3 : 2 \cdot 1 = 7$$

$$10 : 9 : 8 \cdot 7 \cdot 6 : 5 \cdot 4 \cdot 3 : 2 : 1 = 7$$

Результат: 7

5.4. Расставьте знаки « $\cdot$ » или « $:$ » между всеми числами так, чтобы в результате получилось целое **однозначное** число.

$$14_9_8_7_6_5_4_3_2_1$$

Какой получился результат? _____

Ответ один из:

$$14 \cdot 9 \cdot 8 : 7 : 6 \cdot 5 : 4 : 3 : 2 \cdot 1 = 5$$

$$14 \cdot 9 \cdot 8 : 7 : 6 \cdot 5 : 4 : 3 : 2 : 1 = 5$$

$$14 \cdot 9 : 8 : 7 : 6 \cdot 5 \cdot 4 : 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5$$

$$14 \cdot 9 : 8 : 7 : 6 \cdot 5 \cdot 4 : 3 \cdot 2 : 1 = 5$$

$$14 : 9 : 8 : 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 : 2 \cdot 1 = 5$$

$$14 : 9 : 8 : 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 : 2 : 1 = 5$$

Результат: 5

Решение 5.1.

Давайте поймем, какой получится результат, а именно, какой множитель не получится сократить. Например, множители 5 и 2 мы можем сократить с 10. А вот множитель 7 сократить не получится, нет других чисел, которые делились бы на 7. Поэтому, раз результат однозначный, то он равен 7. Все остальные множители надо сократить, это можно сделать шестью разными способами.

Задача 6

4 балла за полностью верный ответ; если верно найдены рубины, а алмазы и изумруды перепутаны наоборот – 2 балла.

6.1. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **10, 11, 12, 13, 16 и 22 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

Ответ:

Сундук 10 кг – алмазы

Сундук 11 кг – изумруды

Сундук 12 кг – рубины

Сундук 13 кг – изумруды

Сундук 16 кг – алмазы

Сундук 22 кг – алмазы

6.2. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **8, 11, 15, 16, 17 и 20 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

Ответ:

Сундук 8 кг – изумруды

Сундук 11 кг – алмазы

Сундук 15 кг – рубины

Сундук 16 кг – изумруды

Сундук 17 кг – алмазы

Сундук 20 кг – алмазы

6.3. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **12, 13, 14, 15, 16 и 25 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

Ответ:

Сундук 12 кг – изумруды

Сундук 13 кг – алмазы

Сундук 14 кг – рубины

Сундук 15 кг – изумруды

Сундук 16 кг – алмазы

Сундук 25 кг – алмазы

6.4. В пещере дракона стояли шесть сундуков. В них лежало соответственно **10, 13, 14, 15, 16 и 25 кг** драгоценностей. В каждом сундуке находился только один вид драгоценностей: **рубины, алмазы или изумруды**. Рубины лежали только в одном сундуке. Общая масса алмазов была ровно вдвое больше общей массы изумрудов. Определите, что лежало в каждом из сундуков.

Ответ:

Сундук 10 кг – изумруды

Сундук 13 кг – алмазы

Сундук 14 кг – алмазы

Сундук 15 кг – рубины

Сундук 16 кг – изумруды

Сундук 25 кг – алмазы

Решение 6.1.

Всего в сундуках было $10 + 11 + 12 + 13 + 16 + 22 = 84$ кг драгоценностей. Масса алмазов вдвое больше массы изумрудов, значит, общая масса алмазов и изумрудов делится на три. Поэтому, если из 84 кг вычесть массу рубинов, результат должен делиться на 3.

Заметим, что 84 делится на три, поэтому и масса рубинов делится на три. Из всех шести чисел только 12 делится на 3. Значит, в сундуке массой 12 кг лежат рубины.

На алмазы и изумруды приходится $84 - 12 = 72$ кг. Поскольку алмазов вдвое больше, чем изумрудов, разделим 72 кг на три равные части. Получим $72 : 3 = 24$ кг изумрудов и $24 \cdot 2 = 48$ кг алмазов.

Среди оставшихся сундуков только сундуки массой 11 и 13 кг дают в сумме 24 кг. Значит, в них лежат изумруды.

В остальных трёх сундуках находятся алмазы. Проверим: $10 + 16 + 22 = 48$ кг.

Ответ: 10 кг – алмазы, 11 кг – изумруды, 12 кг – рубины, 13 кг – изумруды, 16 кг – алмазы, 22 кг – алмазы.

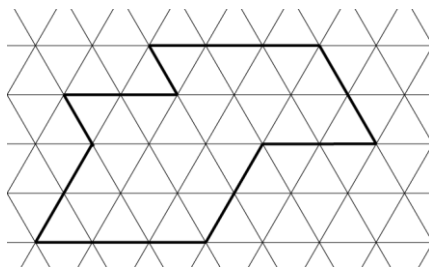
Задача 7

4 балла за верный ответ, частичных баллов нет.

7.1. Сколькими способами следующую фигуру можно разрезать на полосы такого вида?



Полоски можно поворачивать и переворачивать. Способы считаются разными, если хотя бы одна из линий разреза проходит по-другому.

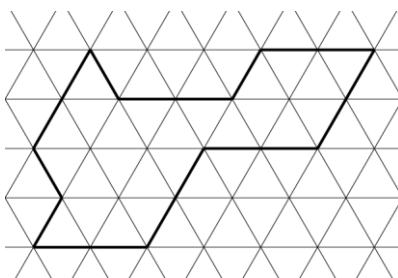


Ответ: 9.

7.2. Сколькими способами следующую фигуру можно разрезать на полосы такого вида?



Полоски можно поворачивать и переворачивать. Способы считаются разными, если хотя бы одна из линий разреза проходит по-другому.

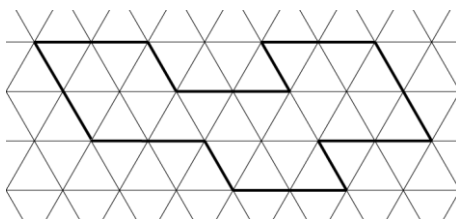


Ответ 6.

7.3. Сколькими способами следующую фигуру можно разрезать на полосы такого вида?



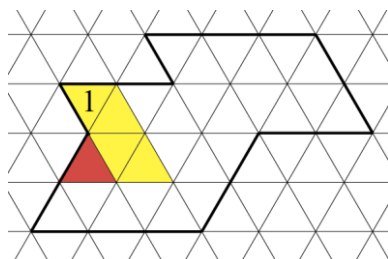
Полоски можно поворачивать и переворачивать. Способы считаются разными, если хотя бы одна из линий разреза проходит по-другому.



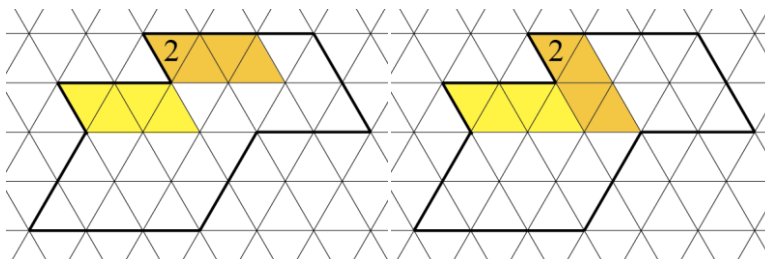
Ответ 8.

Решение 7.1.

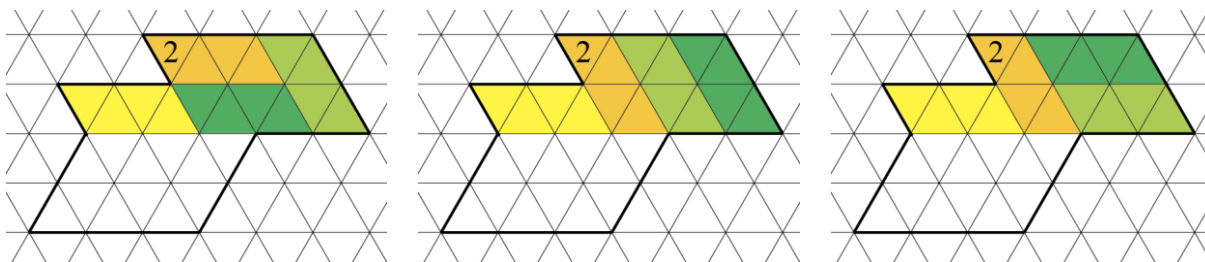
Посмотрим на треугольник 1. Полоска, которая его содержит, не может идти вниз, т.к. тогда красный треугольничек полоской не закроешь.



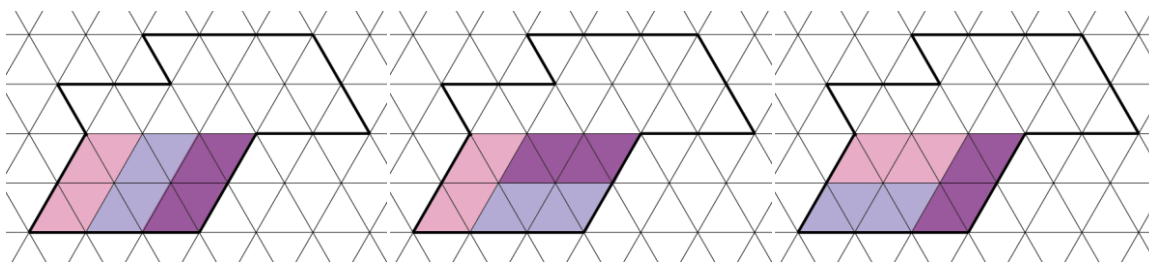
Значит, полоска в этом месте лежит горизонтально. Тогда треугольник 2 может быть закрыт горизонтальной или вертикальной полоской:



Тогда в первом случае следующие две полоски кладутся однозначно, во втором – возможно два варианта, итого три варианта как может быть разрезана верхняя часть фигуры:



Аналогично для нижней части есть три варианта:

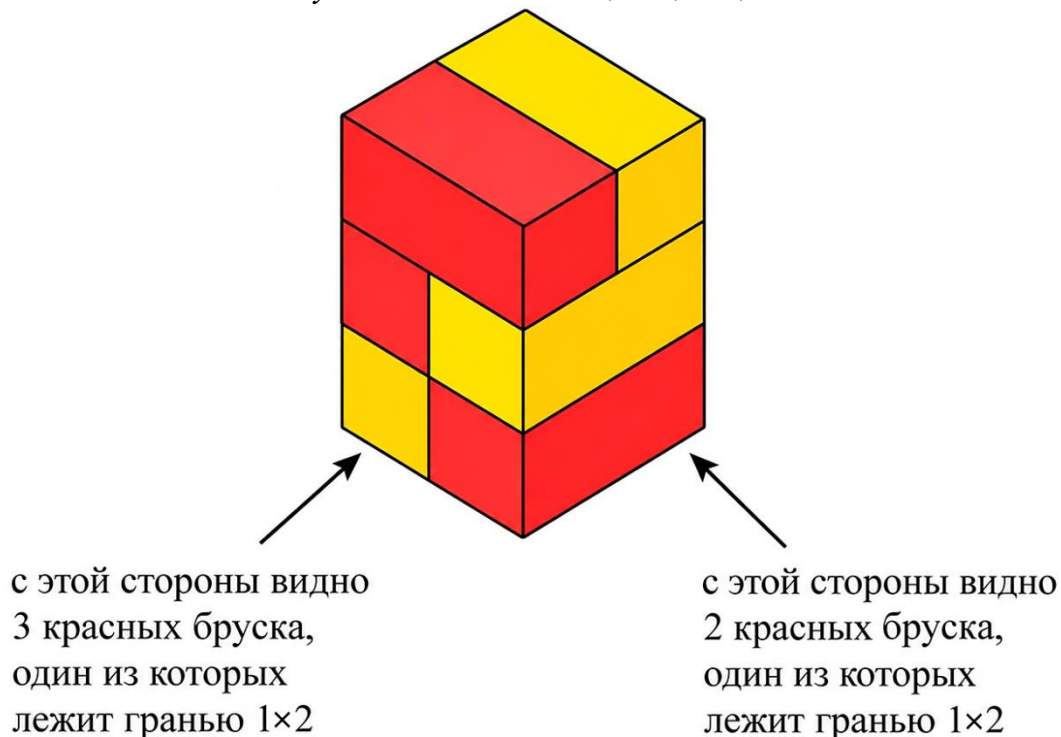


Каждый из трёх верхних можно продолжить любым из трёх нижних. Итого получается $3 \cdot 3 = 9$ вариантов.

Задача 8

4 балла за верный ответ; частичные баллы: а) – 2 балла; б) – 1 балл; в) – 1 балл.

Рисунок к задачам 8.1, 8.2, 8.3, 8.4



8.1. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 14 красных брусочков, если сзади – 15 красных брусочков. Если слева – 17, а если справа – 23 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

Ответ: а) 23; б) 8; в) 9.

8.2. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 15 красных брусочков, если сзади – 17 красных брусочков. Если слева – 19, а если справа – 24 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

Ответ: а) 25; б) 8; в) 10.

8.3. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 14 красных брусочков, если сзади – 17 красных брусочков. Если слева – 18, а если справа – 23 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

Ответ: а) 24; б) 7; в) 10.

8.4. Из красных и жёлтых брусочков $1 \times 2 \times 1$ сложили башню. В каждом слое по 2 брусочка: один красный и один жёлтый (на рисунке приведён пример такой башни высоты 3). Но в каждом следующем слое брусочки могут лежать так же, как в предыдущем, а могут быть повернуты. Если посмотреть на башню спереди – видно 15 красных брусочков, если сзади – 14 красных брусочков. Если слева – 20, а если справа – 23 красных брусочка.

а) Какова высота башни?

б) Сколько красных брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

в) Сколько жёлтых брусочков видно спереди гранью 1×2 ?

Ответ: а) 24; б) 10; в) 9.

Решение 8.1.

а) Каждый брусочек виден с трёх сторон. Значит, в общей сумме $14 + 15 + 17 + 23 = 69$, вклад каждого брусочка равен трём. Т.е. всего в башне $69 : 3 = 23$ красных брусочка.

б) Посмотрим на один слой: если спереди мы видим в нём красный брусочек 1×2 , то сзади мы этот брусочек не видим. Все остальные красные брусочки мы видим сзади. Поэтому если всего 23 красных брусочка, а сзади мы видим 15, то оставшиеся $23 - 15 = 8$ брусочков как раз и лежат спереди гранью 1×2

в) жёлтых брусочков, которые видно спереди гранью 1×2 столько же, сколько красных брусочков видно сзади гранью 1×2 . Последних, как мы поняли в пункте б, будет столько, сколько красных брусочков не видно спереди, т.е. $23 - 14 = 9$.