



©ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 544

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В параллелограмме диагонали равны 14 и 18, а стороны относятся, как 2:3. Найдите квадрат периметра этого параллелограмма.

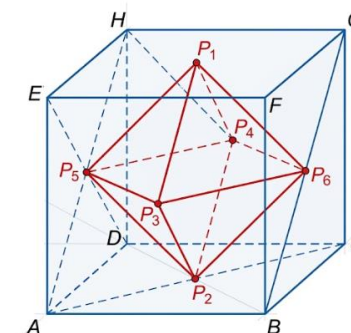


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(6; -3)$ и $\vec{b}(x; 8)$. Найдите положительное значение x , при котором длина вектора $\vec{a} + \vec{b}$ равна длине вектора $\vec{a} - \vec{b}$.

Ответ: _____.

3. В кубе ABCDEFGH точки $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ — центры граней, а объём куба равен 6. Найдите объём октаэдра с вершинами в точках $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.



Ответ: _____.

4. В баре «У Слепого Пса» стоит 3 стула: первый целый, второй шатается, третий — замаскированная яма в подвал. Если сесть на 1-й стул — наливают бесплатно с вероятностью 0,9, если сесть на 2-й стул — наливают бесплатно с вероятностью 0,5, если сесть на 3-й стул — наливают бесплатно с вероятностью 0,01. Ковбой Джон заходит и наугад выбирает один из стульев. Какова вероятность для ковбоя получить свой напиток?

Ответ: _____.

5. В баре «У Слепого Пса» стоит 3 стула: первый целый, второй шатается, третий — замаскированная яма в подвал. Если сесть на 1-й стул — наливают бесплатно с вероятностью 0,9, если сесть на 2-й стул — наливают бесплатно с вероятностью 0,5, если сесть на 3-й стул — наливают бесплатно с вероятностью 0,01. Ковбой Джон заходит и наугад выбирает один из стульев. Известно, что ему налили. Какова вероятность, что ковбой сидит на третьем стуле? Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

6. В лотерее выпущено 8000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом:

Выигрыш (в рублях)	50	200	1000	5000	20000
Число выигрышных билетов	400	80	40	8	1

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

7. Решите уравнение $(x-1) \cdot \sqrt{6-2x} = x^2 - 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

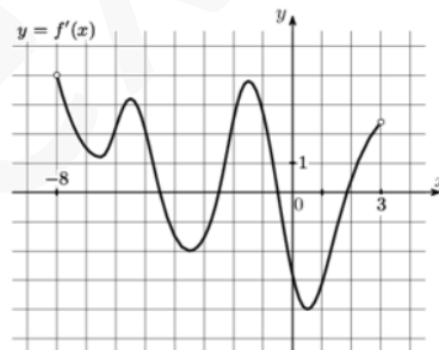
Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения: $\left(\frac{1+\sqrt[3]{a}}{a-\sqrt[3]{a}} + a^{-\frac{1}{3}} \right)^{-1} \cdot \left(1 + a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)$ при $a = 7$.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

Ответ: _____.



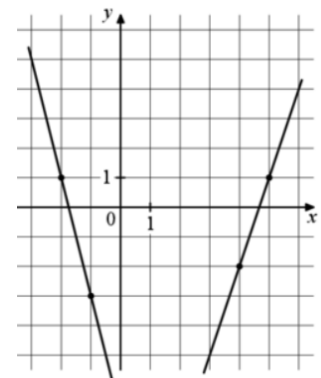
10. На суперсовременном аттракционе кабина с пассажирами начинает контролируемое падение. Высота кабины над землей h (в метрах) изменяется по закону $h(t) = 50 - 10t + 0,5t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента начала падения. Для безопасности пассажиров на аттракционе установлена автоматическая система магнитной фиксации, которая жестко блокирует кабину, как только она опускается до высоты 8 метров. Через сколько секунд после начала падения сработает система фиксации?

Ответ: _____.

11. Имеется три раствора кислоты различной концентрации массами 3, 4 и 5 кг. Если смешать первый и второй растворы, то получится раствор с концентрацией кислоты 24%, если смешать второй и третий, то получится раствор с концентрацией кислоты 16%, если смешать первый и третий растворы, то получится раствор с концентрацией кислоты 30%. Сколько процентов кислоты будет, если смешать все три раствора?

Ответ: _____.

12. На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке А. Найдите ординату точки А.



Ответ: _____.

13. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $x\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найти x , если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший — не менее 0,5 млн рублей.

Ответ: _____.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14. А) Решите уравнение $\log_3(\sin x + \cos x) = \log_3\left(\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

15. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD сторона основания равна 6, а боковое ребро равно 5. Точка М – середина ребра SC.

А) Докажите, что сечение, проходящее через точки А, В и М делит пирамиду на два многогранника, объёмы которых относятся как 3:5.

Б) Найдите угол между плоскостями АВМ и SCD.

16. Решите неравенство: $\frac{\log_4(x^2)}{\log_2\left(\frac{16}{x}\right)} > \frac{\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x})}{\log_2(16x)}$.

17. На перспективной электростанции исследуется магнитогидродинамический (МГД) генератор, в котором ток вырабатывается за счёт движения плазмы в магнитном поле.

Мощность генератора P (в ваттах) зависит от силы тока I (в амперах) и определяется формулой:

$$P(I) = \varepsilon \cdot I - I^2 \cdot R_i$$

где $\varepsilon = 1200 \text{ В}$ - ЭДС индукции плазменного потока, а $R_i = 1,5 \text{ Ом}$ - внутреннее сопротивление канала генератора.

Инженеры управляют силой тока I с помощью изменения скорости подачи ионизированного газа. Связь между силой тока и выбранным безразмерным

параметром оптимизации x , ($x > 0$) задается технологическим уравнением:

$$I(x) = \frac{1600 \cdot x}{x^2 + 3}$$

При каком наибольшем значении параметра x мощность МГД-генератора будет максимальной?

18. В равнобокой трапеции ABCD диагонали пересекаются в точке Р, а окружности, описанные около треугольников АВР и DPC пересекаются в точках Р и Q.

А) Докажите, что точка Q – центр окружности, описанной около трапеции ABCD.

Б) Найдите площадь треугольника ACQ, если BC=10, AD=24, а высота трапеции равна 17.

19. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = a$$

имеет хотя бы один корень.

20. Имеется стальная труба, длина которой составляет целое число метров.

Трубу разрезали на N частей, каждая из которых имеет натуральную длину (в метрах), причем все полученные части имеют попарно различную длину. Известно, что никакие три из получившихся частей не могут служить сторонами треугольника.

А) Могла ли исходная труба иметь длину 40 метров, если её разрезали на 6 частей?

Б) Могли ли трубу длиной 100 метров разрезать на 10 частей?

В) Какое наибольшее количество частей могло получиться, если длина исходной трубы составляла 300 метров?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.