



@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 543

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

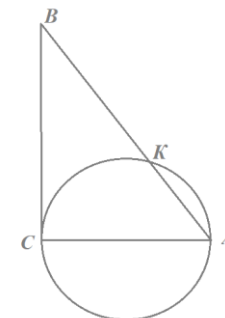
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB = 25 на катете AC=15 как на диаметре построена окружность, пересекающая гипотенузу AB в точке K. Найдите длину отрезка BK.

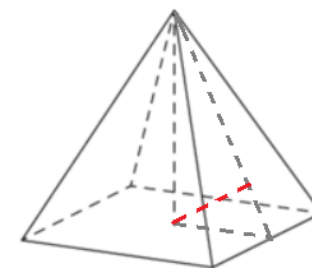


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, причём $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, а угол между ними равен 120° . Найдите квадрат длины вектора $2\vec{a} + \vec{b}$

Ответ: _____.

3. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD все ребра равны $2\sqrt{6}$. Найдите расстояние от центра основания пирамиды до плоскости боковой грани SCD.



Ответ: _____.

4. Стрелок стреляет по одному разу в каждую из пяти мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первые три мишени и не попадёт в последние две.

Ответ: _____.

5. В урне находятся 3 белых и 5 черных шаров. Из урны наугад вынимают два шара, не возвращая их обратно. После этого из оставшихся шаров наугад вынимают еще один шар. Найдите вероятность того, что этот третий шар окажется белым.

Ответ: _____.

6. Игральный кубик бросают до тех пор, пока сумма выпавших очков не станет больше или равна 3. Найдите математическое ожидание числа сделанных бросков. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

7. Найдите корень уравнения $\log_{x-3}(x^2 - 8x + 15) = \log_{x-3}(2x - 9)$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \dots \cdot \log_{32} 31$.

Ответ: _____.

9. К графику функции $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ проведена касательная, проходящая через точку (1; 3), которая не лежит на графике. Найдите угловой коэффициент этой касательной.

Ответ: _____.

10. Два тела массой $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 5$ кг связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через идеальный блок. Путь, пройденный системой за время t , выражается формулой $S(t) = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{gt^2}{2}$, где $g = 10$ м/с² – ускорение

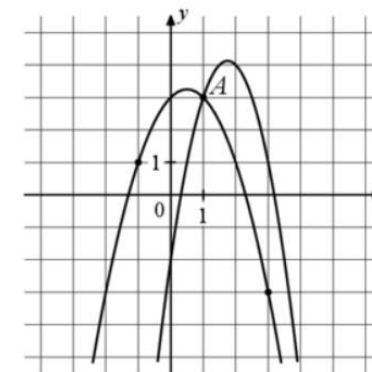
свободного падения. Определите, через сколько секунд после начала движения скорость системы достигнет 5 м/с.

Ответ: _____.

11. Два промышленных насоса, работая совместно, способны откачать воду из затопленного котлована за 12 часов. Если сначала первый насос откачает ровно половину объема воды, а затем его сменит второй насос и откачает оставшуюся половину, то вся работа займет 25 часов. Известно, что производительность первого насоса выше производительности второго. За сколько часов может откачать всю воду из котлована один первый насос, работая самостоятельно?

Ответ: _____.

12. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -2x^2 + 7x - 2$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

13. 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн руб)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн руб.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14. А) Решите уравнение $\log_{\sin x}(\cos 2x) + \log_{\cos 2x}(\sin x) = 2$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

15. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра равны 4. На ребре A_1B_1 отмечена точка N так, что $B_1N=1$. Плоскость α проходит через середину ребра A_1C_1 и точки N и C .

А) Докажите, что плоскость α делит ребро BB_1 в отношении 1:2, считая от точки B_1

Б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ABB_1 .

16. Решите неравенство:
$$\frac{\log_2^2(x^2) - 16\log_2(2x) + 32}{\log_2^2(x) + 3\log_2\left(\frac{x}{8}\right) + 5} \leq 0$$

17. При подключении последовательного контура к источнику переменного тока амплитуда силы тока I (в амперах) в цепи зависит от циклической частоты ω (в рад/с) и выражается формулой:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

где $U = 220B$ - амплитуда напряжения источника, $R = 44 \text{ Ом}$ - активное сопротивление цепи, $L = 0,2 \text{ Гн}$ - индуктивность катушки, а

$C = 20 \text{ мкФ} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ - емкость конденсатора. Найдите наибольшую возможную силу тока (в амперах) в этой цепи.

18. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Площади треугольников AOB и COD равны соответственно 4 и 9.

А) Докажите, что произведение площадей треугольников BOC и AOD равно 36.

Б) Найдите минимально возможную площадь четырёхугольника $ABCD$.

19. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a + \sqrt{a + x}} = x$$

имеет ровно один действительный корень.

20. Юра и Полина выписали на доску каждый по несколько попарно различных натуральных чисел. При этом одно и то же число может быть выписано и Юрой, и Полиной. Оказалось, что ни у кого из них на доске нет числа 100, а среднее арифметическое чисел Юры в точности равно среднему арифметическому чисел Полины (и является целым числом). Известно, что если к числам Юры добавить число 100, то среднее арифметическое его чисел увеличится на 2. Если же число 100 добавить к числам Полины, то среднее арифметическое её чисел увеличится на 3.

А) Могло ли у Юры быть выписано ровно на 4 числа больше, чем у Полины?

Б) Могло ли исходное среднее арифметическое выписанных чисел равняться 16?

В) Какое наибольшее количество чисел могло быть выписано у Полины?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.