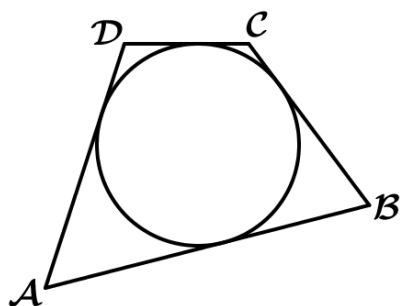


Тренировочный вариант № 01. ФИПИ.**Часть 1.**

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

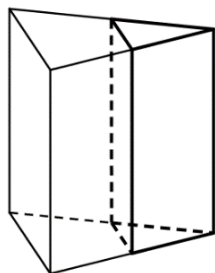


1. В четырехугольник ABCD, периметр которого равен 56, вписана окружность, $AB=19$. Найдите длину стороны CD.

Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(1; 9)$ и $\vec{b}(2; -4)$. Найдите длину вектора $4\vec{a}+3\vec{b}$.

Ответ: _____.



3. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 72. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.

Ответ: _____.

4. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 16 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится во второй день конкурса?

Ответ: _____.

5. Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок в первые три мишени не попадёт и попадёт в последнюю.

Ответ: _____.

6. Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом.

Выигрыш (в рублях)	200	2000	5000	10000	20000	50000
Число выигрышных билетов	500	100	50	20	10	1

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

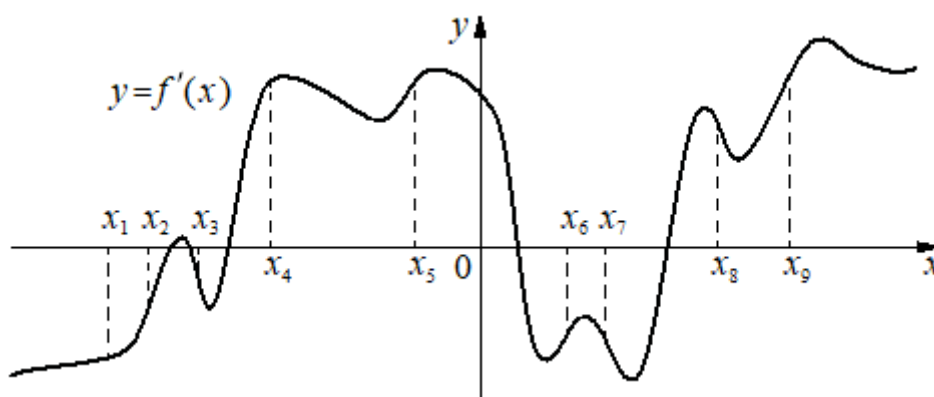
7. Найдите корень уравнения $8^{6-x} = 64$.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{19\sin 134^\circ}{\cos 67^\circ \cdot \cos 23^\circ}$.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено 9 точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$.



Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

Ответ: _____.

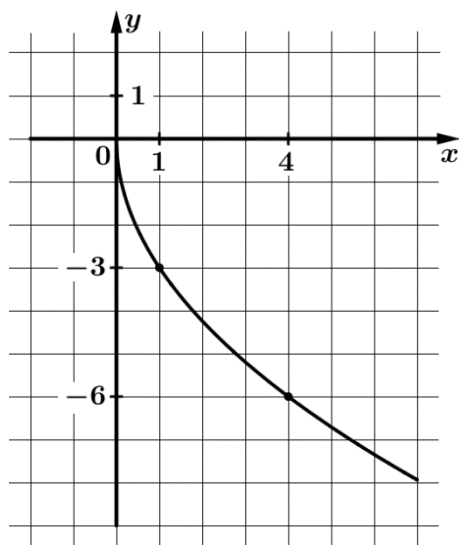
10. Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км – радиус Земли.

На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 9,6 километра? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11. Заказ на изготовление 208 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Ответ: _____.



12. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a\sqrt{x}$. Найдите значение $f(36)$.

Ответ: _____.

13. В июле планируется взять кредит в банке на три года в размере 264 800 рублей. Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года.
- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей составит общая сумма платежей после полного погашения кредита, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами?

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14. а) Решите уравнение $2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2\sqrt{3}\sin(\pi - x) = 0$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[7\pi; \frac{17\pi}{2}\right]$.

15. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ точки M и K – середины боковых рёбер SA и SD соответственно.

а) Докажите, что прямые BC и MK параллельны.

б) Найдите объём пирамиды $MABF$, если $AB=6$, а угол между плоскостью BMC и плоскостью основания пирамиды $SABCDEF$ равен 60° .

16. Решите неравенство $7^{\log_7(9-3^x)} + 9^x - 15 \geq 0$.

17. На заводе имеется генератор с ЭДС $\varepsilon = 90$ В и внутренним сопротивлением $r = 3$ Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки R (в омах). Сила тока в цепи (в амперах) определяется законом Ома: $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$. Тепловая мощность (в ваттах), выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля – Ленца: $P = I^2 R$. Какова максимальная тепловая мощность P , которая может быть выделена нагрузкой?

18. Окружность с центром O касается боковых сторон AB и BC равнобедренного остроугольного треугольника ABC и его высоты CH .

а) Докажите, что $\angle OAC = 45^\circ$.

б) Найдите длину отрезка BC , если $BO = 7$ и $AC = 10$.

19. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ax^4 + x^3 + (a^3 - a)x^2 + (a^2 - 1)x = ax^3 + x^2 + (a^3 - a)x + a^2 - 1$ имеет ровно два различных корня.

20. На столе лежит некоторое количество карточек, часть из которых синего цвета, а остальные красного (есть хотя бы по одной карточке каждого цвета). На каждой карточке написано целое число. На карточках синего цвета написаны различные числа, делящиеся на 5, а на карточках красного цвета написаны различные чётные числа (при этом некоторые числа могут быть написаны дважды: один раз на синей карточке и один раз на красной карточке). Все числа на карточках больше -60 . Оказалось, что наибольшее число, написанное на красной карточке, равно удвоенному количеству синих карточек, а наибольшее число, написанное на синей карточке, равно количеству красных карточек.

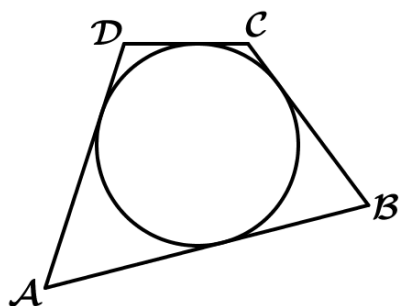
а) Может ли на столе лежать ровно шесть карточек?

б) Может ли число красных карточек на столе быть на 40 больше числа синих карточек на столе?

в) Какое наибольшее количество карточек может лежать на столе?

Тренировочный вариант № 02. ФИПИ.**Часть 1.**

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

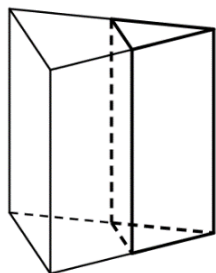


1. В четырехугольник $ABCD$, периметр которого равен 60, вписана окружность, $AB=22$. Найдите длину стороны CD .

Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(0; -2)$ и $\vec{b}(4; 5)$. Найдите длину вектора $2\vec{a}+5\vec{b}$.

Ответ: _____.



3. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 54. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.

Ответ: _____.

4. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится во второй день конкурса?

Ответ: _____.

5. Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ: _____.

6. Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом.

Выигрыш (в рублях)	100	1000	2000	5000	10000	50000
Число выигрышных билетов	500	200	100	50	20	2

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

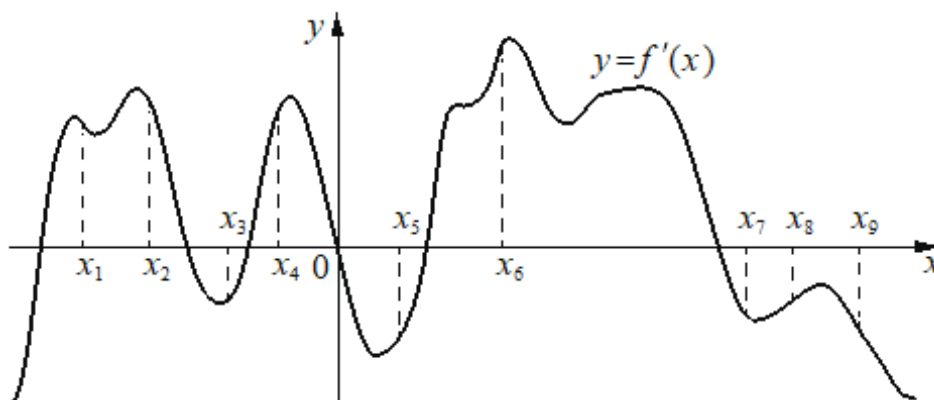
7. Найдите корень уравнения $9^{7-x} = 81$.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{17\sin 118^\circ}{\cos 59^\circ \cdot \cos 31^\circ}$.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено 9 точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$.



Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?

Ответ: _____.

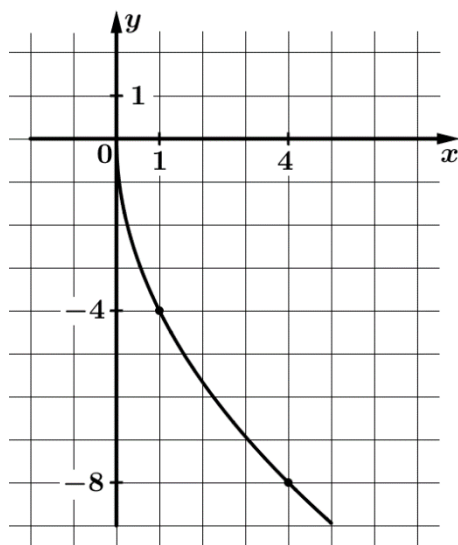
10. Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км – радиус Земли.

На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 11,2 километра? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11. Заказ на изготовление 234 деталей первый рабочий выполняет на 5 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 5 деталей больше?

Ответ: _____.



12. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a\sqrt{x}$. Найдите значение $f(36)$.

Ответ: _____.

13. В июле планируется взять кредит в банке на три года в размере 305 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года.
- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей составит общая сумма платежей после полного погашения кредита, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами?

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14. а) Решите уравнение $3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3\sqrt{2}\cos(\pi - x) = 0$;

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{13\pi}{2}; 9\pi\right]$.

15. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ точки M и K – середины боковых рёбер SA и SD соответственно.

а) Докажите, что прямые BC и MK параллельны.

б) Найдите объём пирамиды $MABF$, если $AB=8$, а угол между плоскостью BMC и плоскостью основания пирамиды $SABCDEF$ равен 60° .

16. Решите неравенство $5^{\log_5(7-7^x)} - 49^x - 5 \leq 0$.

17. На заводе имеется генератор с ЭДС $\varepsilon = 80$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки R (в омах). Сила тока в цепи (в амперах) определяется законом Ома: $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$. Тепловая мощность (в ваттах), выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля – Ленца: $P = I^2 R$. Какова максимальная тепловая мощность P , которая может быть выделена нагрузкой?

18. Окружность с центром O касается боковых сторон AB и BC равнобедренного остроугольного треугольника ABC и его высоты CH .

а) Докажите, что $\angle OAC = 45^\circ$.

б) Найдите длину отрезка BC , если $BO = 17$ и $AC = 14$.

19. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ax^4 - x^3 + a(a^2 - 4)x^2 - (a^2 - 4)x = ax^3 - x^2 + a(a^2 - 4)x - a^2 + 4$ имеет ровно два различных корня.

20. На столе лежит некоторое количество карточек, часть из которых синего цвета, а остальные красного (есть хотя бы по одной карточке каждого цвета). На каждой карточке написано целое число. На карточках синего цвета написаны различные числа, делящиеся на 5, а на карточках красного цвета написаны различные чётные числа (при этом некоторые числа могут быть написаны дважды: один раз на синей карточке и один раз на красной карточке). Все числа на карточках больше -90 . Оказалось, что наибольшее число, написанное на красной карточке, равно удвоенному количеству синих карточек, а наибольшее число, написанное на синей карточке, равно количеству красных карточек.

а) Может ли на столе лежать ровно шесть карточек?

б) Может ли число красных карточек на столе быть на 50 больше числа синих карточек на столе?

в) Какое наибольшее количество карточек может лежать на столе?