



**Внимание!** Построения в задачах 1 и 2 выполняются на выданном вам дополнительном листе, **который необходимо сдать (!)** вместе с работой.

### 1. Кинематическое построение (7 баллов)

Плоский диск вращается вокруг своей оси симметрии, закреплённой вертикально. Точки  $A$  и  $B$  принадлежат этому диску. На рис. 1 изображены вектор ускорения точки  $A$  и вектор скорости точки  $B$ . Известно, что вектор ускорения точки  $B$  лежит на прямой, показанной на рис. 1 пунктиром.

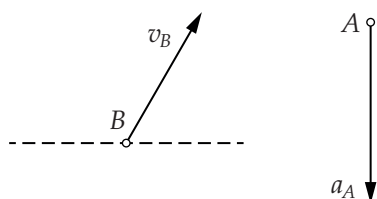


Рис. 1

- С помощью циркуля и линейки постройте вектор скорости точки  $A$  и вектор ускорения точки  $B$ , кратко обосновав выполненное построение (описывать стандартные построения не требуется). При построении соблюдайте пропорциональность: длины отрезков, изображающих векторы (например, скорости), должны соотноситься на рисунке так же, как модули соответствующих физических величин.

### 2. Оптическое построение (10 баллов)

На рис. 2 изображены три точки  $O$ ,  $S_1$  и  $S_2$ , лежащие на одной прямой. Точка  $O$  является оптическим центром идеальной собирающей линзы, а точки  $S_1$  и  $S_2$  — источником и его изображением в этой линзе. Идеальной называется тонкая линза, в которой любые лучи, в том числе идущие под большими углами к оптической оси, преломляются как параксиальные (приосевые).



Рис. 2

- С помощью циркуля и линейки определите положение ближайшего к  $S_1$  фокуса линзы в случае, когда прямая  $OS_1S_2$  является её главной оптической осью.
- Постройте геометрическое место точек (ГМТ), в которых может располагаться один из фокусов этой линзы, если положение её главной оптической оси в плоскости рисунка произвольно.

Кратко обоснуйте выполненные построения (стандартные построения обоснования не требуют).

### 3. С общим эмиттером (12 баллов)

Биполярный *npn*-транзистор — полупроводниковый прибор с тремя выводами: *эмиттером*, *коллектором* и *базой*. Эти выводы обозначены соответствующими буквами на схеме, приведённой на рис. 3, где показана схема упрощённого усилительного каскада на транзисторе. Эта схема

предназначена для увеличения амплитуды сигнала, то есть переменной составляющей входного напряжения. Если на вход подаётся напряжение вида

$$U_{\text{вх}}(t) = U_0 + U_1 \sin(\omega t),$$

где  $U_0$  (напряжение смещения базы) и  $\omega$  (круговая частота) — постоянные величины, а  $U_1$  — амплитуда сигнала, то напряжение на высокоомной нагрузке  $R_H$ , подключённой к выходу (между эмиттером и коллектором), также содержит постоянную и переменную составляющие. При этом выходной сигнал имеет практически синусоидальную форму (искажения обычно не превышают нескольких процентов), а его амплитуда  $U_2$  в несколько раз превышает амплитуду входного сигнала  $U_1$ .

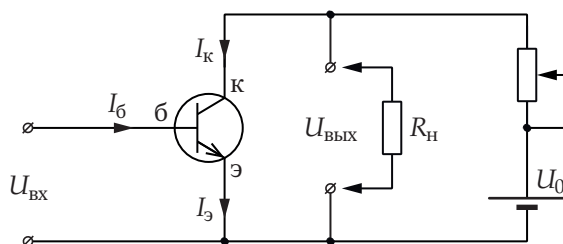


Рис. 3

Основной характеристикой усилительного каскада является коэффициент усиления по напряжению — модуль отношения амплитуд выходного и входного сигналов:

$$K_U = \left| \frac{U_2}{U_1} \right|.$$

Пусть напряжение смещения базы и амплитуда входного сигнала равны соответственно  $U_0 = 0,7$  В и  $U_1 = 0,2$  мВ.

Входная характеристика транзистора, то есть зависимость тока базы  $I_B$  от напряжения между базой и эмиттером  $U_{BЭ}$ , задаётся соотношением

$$I_B = I_{B0} \cdot 10^{\left(\frac{U_{BЭ}}{U_T} - 12\right)}.$$

Здесь  $U_T = 0,06$  В,  $I_{B0} = 5$  мкА. Для наглядности на рис. 4 приведён график этой зависимости для напряжений, близких к напряжению смещения базы.

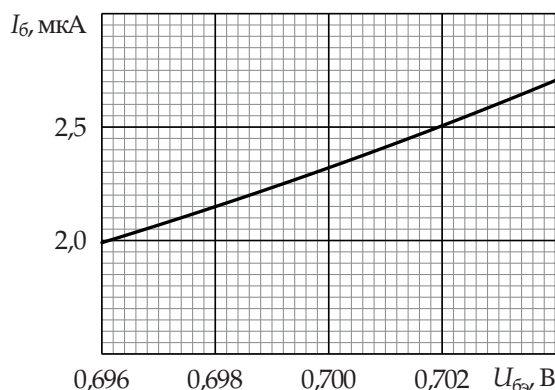


Рис. 4

Продолжение задания см. на листе 2

Зависимость тока коллектора  $I_k$  от напряжения между коллектором и эмиттером  $U_{кэ}$  в рассматриваемой области токов и напряжений параметрически зависит от тока базы  $I_b$  и описывается формулой

$$I_k = 200 \cdot I_b \left( 1 + \frac{U_{кэ}}{U_A} \right),$$

где  $U_A = 100$  В. Сопротивление реостата  $R$  в схеме на рис. 3 может изменяться от 1 кОм до 10 кОм, напряжение идеального источника  $U_0 = 9$  В. Ток через нагрузку  $R_n$  пренебрежимо мал по сравнению с током коллектора.

- Определите для крайних значений сопротивления реостата ток коллектора  $I_{k0}$  в отсутствие входного переменного сигнала ( $U_1 = 0$ ).
- Коэффициент усиления по току  $K_I = I_k/I_b$  при заданных параметрах слабо зависит от тока базы. Определите  $K_I$  с точностью не хуже 1,0% при  $R = 5$  кОм.
- Какие значения может принимать коэффициент усиления по напряжению  $K_U$ ? Укажите границы возможного диапазона с точностью не хуже 2,0%. В рамках данной модели такая точность достижима даже с учётом малых искажений выходного сигнала.

*Примечание.* Возможно (но не обязательно), при решении вам понадобится формула для производной функции  $f(x) = 10^x$  в точке  $x = x_0$ :

$$(10^x)' \Big|_{x=x_0} = \ln 10 \cdot 10^{x_0} \approx 2,302585 \cdot 10^{x_0}.$$

#### 4. О бусинке и грузе (12 баллов)

На гладкое проволочное кольцо радиуса  $R$ , закреплённое в вертикальной плоскости, насажена маленькая массивная бусинка массой  $m$ . К бусинке прикреплён один конец тонкой нерастяжимой невесомой нити (см. рис. 5). Другой её конец пропущен через маленький идеальный блок и прикреплён к грузу массой  $km$ , где  $k$  — постоянный коэффициент. Блок закреплён в точке, лежащей на горизонтальном диаметре кольца. Положение бусинки на кольце характеризуется углом  $\varphi$  между направлениями на блок и на бусинку из центра кольца.

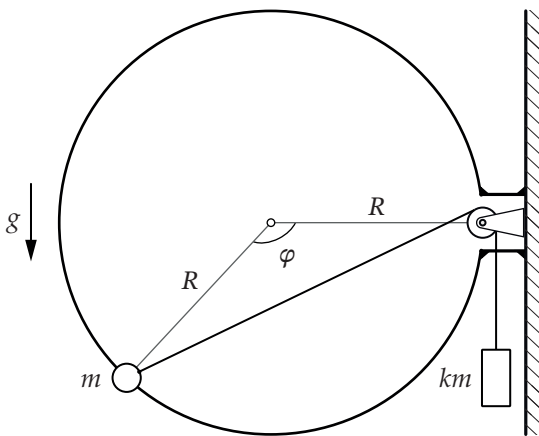


Рис. 5

- Пусть  $k = 1/\sqrt{3}$ . Определите угол (или углы), соответствующий положению равновесия бусинки. В начальный момент времени бусинке, находящейся в положении *устойчивого* равновесия, сообщают ударом скорость  $v$ , направленную вдоль кольца в сторону от блока.

При каком минимальном значении скорости  $v = v_{\min}$  бусинка сможет достичь блока, двигаясь всё время в одну сторону (по часовой стрелке)?

- При каких значениях параметра  $k$  на кольце отсутствуют точки, в которых бусинка могла бы находиться в состоянии *устойчивого* равновесия?
- Пусть теперь между бусинкой и проволокой есть трение, а коэффициент трения зависит от угла как  $\mu = \operatorname{tg}(\varphi/2)$ . Существует ли для случая равных масс ( $k = 1$ ) положение *устойчивого* равновесия, при котором  $\varphi \in (0; \frac{\pi}{2})$ ? Найдите это положение (или положения) или докажите, что их не существует.

Размерами крепления кольца, блока, бусинки и груза можно пренебречь. Нить достаточно длинна, так что груз не сталкивается с блоком при движении бусинки. На рис. 5 пропорции изменены для наглядности. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

#### 5. В потоке (9 баллов)

В задаче рассматривается эффект конденсации водяного пара в областях пониженного давления, возникающих при обтекании препятствий потоком влажного воздуха. Вследствие этого эффекта вблизи задней кромки крыльев и вдоль фюзеляжа самолёта может возникать так называемый «паровой конус».

Далее рассматривается стационарное адиабатическое течение невязкого идеального газа. Это подразумевает, что параметры потока в каждой точке неизменны во времени, теплообмен отсутствует, а внутренним трением можно пренебречь.

Числом Маха  $M = \frac{v}{c}$  называется отношение скорости потока  $v$  в некоторой точке к скорости звука  $c$  в той же точке. Скорость звука определяется формулой

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}.$$

Воздух считайте идеальным газом с показателем адиабаты  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5}$  и молярной массой  $\mu = 29$  г/моль. Адиабатический процесс описывается уравнением  $P\rho^{-\gamma} = \text{const}$ , где  $P$  — давление, а  $\rho$  — плотность.

Также считайте известным соотношение, выражающее закон сохранения энергии для стационарного потока (уравнение Бернулли для сжимаемого газа):

$$\frac{v^2}{2} + \frac{c_p T}{\mu} = \text{const}.$$

- Самолёт летит в воздухе с температурой  $T_0 = 295$  К и давлением  $P_0 = 101,325$  кПа. В системе отсчёта самолёта скорость набегающего потока вдали от него соответствует числу Маха  $M_0 = 0,35$ . При обтекании крыльев и некоторых частей фюзеляжа скорость воздуха увеличивается, достигая максимального значения, соответствующего  $M_{\max} = 0,5$ .

При каком максимальном значении относительной влажности  $\varphi_{\max}$  окружающего воздуха образование парового конуса невозможно? Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры представлена на рис. 6 (см. лист 3).

**Графическое приложение см. на листе 3**

## Графическое приложение

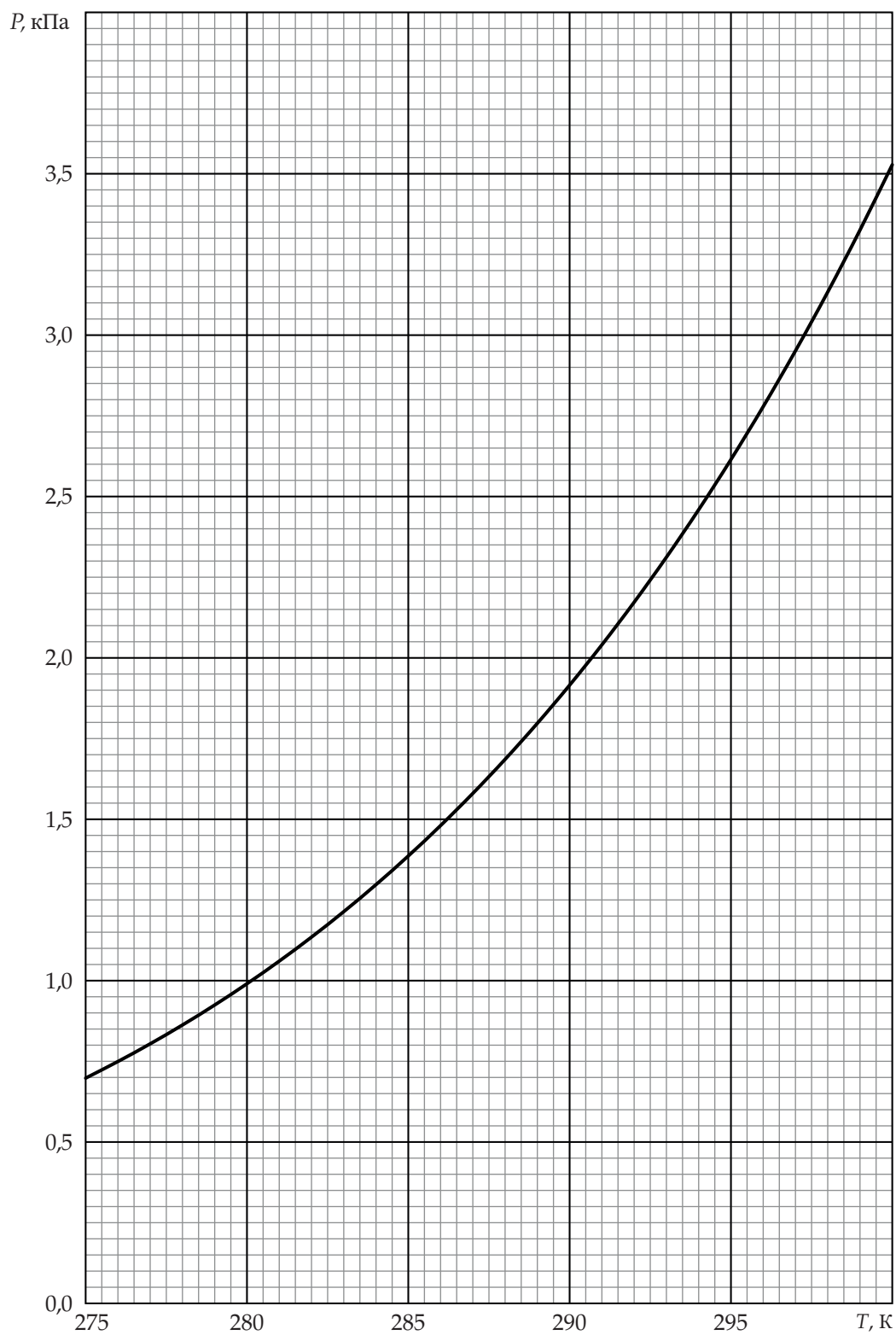
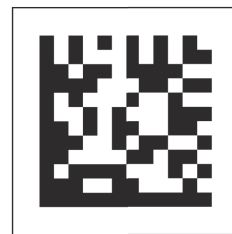


Рис. 6: Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры, к задаче 5



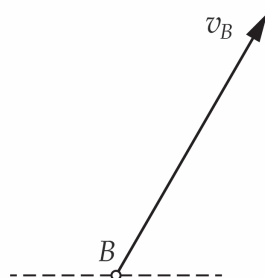
\_\_\_\_\_ класс

\_\_\_\_\_ номер участника

ЛИСТ \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Дополнительный лист, 10 класс

К задаче 1



К задаче 2



Не забудьте вписать ваш номер участника в соответствующее поле в  
верхней части листа!

# Критерии оценивания

## 1. Кинематическое построение (7 баллов)

| №                                        | Критерий                                                                                                                                                                               | Балл |
|------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1. Теоретическое обоснование (2,5 балла) |                                                                                                                                                                                        | 2,5  |
| 1.1                                      | Указано, что вращение диска является неравномерным ( $\varepsilon \neq 0$ ), поскольку ускорение $\vec{a}_B$ и скорость $\vec{v}_B$ не ортогональны.                                   | 0,3  |
| 1.2                                      | Записано выражение для тангенса угла $\theta$ между полной скоростью и полным ускорением через $\omega^2/\varepsilon$ .                                                                | 0,7  |
| 1.3                                      | Обоснована инвариантность угла $\theta$ для всех точек диска в данный момент времени.                                                                                                  | 1,0  |
| 1.4                                      | Доказана (или подразумевается, что следует из обоснования) пропорциональность модулей скорости и ускорения расстоянию до оси ( $v = \omega R, a = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$ ). | 0,5  |
| 2. Алгоритм построения (3,5 балла)       |                                                                                                                                                                                        | 3,5  |
| 2.1                                      | Описан способ нахождения прямой, на которой лежит $\vec{v}_A$ , путём переноса угла $\theta$ от вектора $\vec{a}_A$ .                                                                  | 0,5  |
| 2.2                                      | Приведён способ нахождения мгновенного центра вращения $O$ (пересечение перпендикуляров к скоростям).                                                                                  | 0,6  |
| 2.3                                      | Обоснован выбор направления вектора $\vec{v}_A$ вдоль прямой (анализ направления вращения или исключение тупого угла).                                                                 | 0,4  |
| 2.4                                      | Описан алгоритм построения модуля $\vec{v}_A$ через подобие или аналогичным образом.                                                                                                   | 0,7  |
| 2.5                                      | Указано направление вектора $\vec{a}_B$ на пунктирной линии (согласованность с направлением $\vec{v}_B$ и знаком $\varepsilon$ ).                                                      | 0,3  |
| 2.6                                      | Описан алгоритм построения модуля $\vec{a}_B$ исходя из пропорции $a_B/a_A = v_B/v_A$ (или аналогичной).                                                                               | 0,7  |
| 2.7                                      | Указано на возможность выполнения стандартных геометрических операций (например, построения угла, равного данному) с помощью циркуля и линейки без делений.                            | 0,3  |
| 3. Реализация (1,0 балл)                 |                                                                                                                                                                                        | 1,0  |
| 3.1                                      | Аккуратность и точность графических построений (параллельность, пересечение в нужных точках).                                                                                          | 0,5  |
| 3.2                                      | Итоговые векторы $\vec{v}_A$ и $\vec{a}_B$ соответствуют пропорциям исходного рисунка: должно получаться $a_B/a_A = v_B/v_A = 2/3$ .                                                   | 0,5  |
| ИТОГО                                    |                                                                                                                                                                                        | 7,0  |

**Примечания.**

- *Часть 1:* если инвариантность угла  $\theta$  постулируется без вывода через  $\omega$  и  $\varepsilon$ , за п. 1.2 и п. 1.3 оценка не снижается.
- *Часть 2:* ошибка в выборе направления вращения (вектор  $\vec{v}_A$  развёрнут на 180 градусов) приводит к снижению оценки за п. 2.3 до нуля, а за пп. 2.4–2.7 — на 50%.
- *Часть 2:* если вместо строгого геометрического построения (через подобие) предлагается эмпирическое измерение длин отрезков линейкой с последующим расчётом пропорции, баллы за п. 2.4 и п. 2.6 снижаются на 50%.
- *Часть 3:* использование линейки с делениями для измерения длин (вместо геометрически точного построения) приводит к снижению оценки за каждый из пунктов 3.1 и 3.2 на 50%.

**2. Оптическое построение (10 баллов)**

| №                                                | Критерий                                                                                                                                       | Балл        |
|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 1. Построение фокуса на главной оси (4,0 балла)  |                                                                                                                                                | 4,0         |
| 1.1                                              | Обосновано или использовано положение линзы (плоскость проходит через $O$ перпендикулярно $S_1S_2$ ).                                          | 0,5         |
| 1.2                                              | Построение вспомогательного предмета $S_1D_1$ и его изображения $S_2B_2$ (или аналогичный метод с побочной осью).                              | 1,0         |
| 1.3                                              | Нахождение точки падения луча на линзу (точка $A$ ) и проведение луча, параллельного оси.                                                      | 1,0         |
| 1.4                                              | Определение положения фокуса $F$ как точки пересечения преломлённого луча (или его продолжения) с оптической осью.                             | 1,0         |
| 1.5                                              | Краткое текстовое описание выполненных этапов построения (в соответствии с требованием условия).                                               | 0,5         |
| 2. ГМТ фокусов при произвольной оси (6,0 баллов) |                                                                                                                                                | 6,0         |
| 2.1                                              | Записана формула линзы для «наклонной» оси: $\frac{1}{a \cos \varphi} + \frac{1}{a' \cos \varphi} = \frac{1}{f_\varphi}$ .                     | 0,5         |
| 2.2                                              | Получена аналитическая зависимость фокусного расстояния от угла наклона: $f_\varphi = f \cos \varphi$ .                                        | 1,0         |
| 2.3                                              | Обосновано, что точка $F_\varphi$ является проекцией точки $F$ на произвольную ось, проходящую через $O$ ( $\angle OF_\varphi F = 90^\circ$ ). | 0,5         |
| 2.4                                              | Идентификация ГМТ как окружности с диаметром $OF$ .                                                                                            | 3,0         |
| 2.5                                              | Описание итогового построения (нахождение центра $C$ и проведение окружности через $O$ и $F$ ).                                                | 1,0         |
| <b>ИТОГО</b>                                     |                                                                                                                                                | <b>10,0</b> |

**Примечания.**

- *Использование линейки в части 1:* если положение фокуса определяется путём измерения длин с помощью линейки с последующим вычислением фокусного расстояния по формуле линзы, то за эту часть выставляется 2 балла при правильном результате и 0 баллов — в противном случае.
- *Альтернативные подходы в части 1:* допускается использование любого корректного метода (например, через фокальную плоскость). Если метод физически верен, баллы 1.1–1.4 выставляются полностью.

- *Альтернативные подходы в части 2:* в случае, если ГМТ получено другим способом, баллы за пункты 2.1–2.4 выставляются полностью при условии строгого обоснования. В случае, если утверждение 2.4 никак не обосновано или обоснование содержит ошибочные утверждения, за п.п. 2.1–2.3 баллы не выставляются, а за п. 2.4 выставляются в полном объёме.
- *Обоснование:* при верном чертеже ГМТ отсутствие текстового пояснения к построениям во второй части не является основанием для снятия баллов.

### 3. С общим эмиттером (12 баллов)

| №                                                                       | Критерий                                                                                                                                                            | Балл |
|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1. Статический режим и токи коллектора (4,0 балла)                      |                                                                                                                                                                     | 4,0  |
| 1.1                                                                     | Записано уравнение связи напряжения коллектор-эмиттер и тока коллектора: $U_{кэ} = U_0 - I_к R$ .                                                                   | 0,6  |
| 1.2                                                                     | Показывается или подразумевается, что выходное напряжение равно напряжению коллектор-эмиттер: $U_{вых} = U_{кэ} = U_0 - I_к R$ .                                    | 0,6  |
| 1.3                                                                     | Получено общее аналитическое выражение для $I_к$ через ток базы $I_б$ :<br>$I_к = I_б \cdot \frac{200 \left(1 + \frac{U_0}{U_A}\right)}{1 + \frac{200 I_б R}{U_A}}$ | 1,2  |
| 1.4                                                                     | Рассчитано $I_б(0) \approx 2,3208$ мкА. Полный балл при $2,3208 \pm 0,0232$ мкА; 0,3 б. при $2,3208 \pm 0,0464$ мкА.                                                | 0,4  |
| 1.5                                                                     | Вычислен $I_{к0}$ для $R = 1$ кОм: $\approx 503,6$ мкА. Полный балл при $503,6 \pm 5,0$ мкА; 0,45 б. при $503,6 \pm 10,0$ мкА.                                      | 0,6  |
| 1.6                                                                     | Вычислен $I_{к0}$ для $R = 10$ кОм: $\approx 483,5$ мкА. Полный балл при $483,5 \pm 4,8$ мкА; 0,45 б. при $483,5 \pm 9,6$ мкА.                                      | 0,6  |
| 2. Коэффициент усиления по току (2,4 балла)                             |                                                                                                                                                                     | 2,4  |
| 2.1                                                                     | Записано аналитическое выражение для $K_I$ как функции от $I_б$ и $R$ :<br>$K_I = \frac{200 \cdot \left(1 + \frac{U_0}{U_A}\right)}{1 + \frac{200 I_б R}{U_A}}$     | 0,4  |
| 2.2                                                                     | Обоснована возможность пренебрежения изменением $K_I$ в пределах относительной погрешности 1,0% при малых колебаниях тока базы.                                     | 1,0  |
| 2.3                                                                     | Получен $K_I \approx 213,1$ . Полный балл при $213,1 \pm 2,1$ ; 0,75 б. при $213,1 \pm 4,2$ .                                                                       | 1,0  |
| 3. Коэффициент усиления по напряжению (5,6 балла)                       |                                                                                                                                                                     | 5,6  |
| <i>Вариант А. Расчёт по максимальному отклонению (разностный метод)</i> |                                                                                                                                                                     |      |
| 3.1.а                                                                   | Использован метод крайних точек ( <i>расчёт приращений тока и напряжения</i> ).                                                                                     | 0,6  |
| 3.2.а                                                                   | Найдены значения тока базы в крайних точках $I_б(U_б \pm U_1)$ . Если они были найдены ранее, то оценка за этот пункт всё равно выставляется.                       | 1,0  |
| 3.3.а                                                                   | Составлено уравнение для амплитуды выходного напряжения $U_2$ через разность токов коллектора в крайних точках.                                                     | 1,0  |
| <i>Вариант Б. Расчёт с использованием линеаризации ВАХ</i>              |                                                                                                                                                                     |      |

|                                  |                                                                                                                    |             |
|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 3.1.6                            | Предпринята попытка вывода аналитической зависимости $U_{\text{вых}}$ от $U_{\text{вх}}$ (линеаризация).           | 0,6         |
| 3.2.6                            | Найдено значение производной (крутизны) $dI_6/dU_{69}$ в рабочей точке $U_6$ .                                     | 1,0         |
| 3.3.6                            | Получена итоговая формула связи малой амплитуды $U_2$ с входной амплитудой $U_1$ через производную.                | 1,0         |
| Общие пункты для обоих вариантов |                                                                                                                    |             |
| 3.4                              | Получена итоговая расчётная формула для $K_U$ .                                                                    | 1,0         |
| 3.5                              | Вычислено $K_U$ для $R = 1$ кОм: $\approx 19,3$ . Полный балл при $19,3 \pm 0,38$ ; 0,6 б. при $19,3 \pm 0,96$ .   | 0,8         |
| 3.6                              | Вычислено $K_U$ для $R = 10$ кОм: $\approx 185,5$ . Полный балл при $185,5 \pm 3,7$ ; 0,6 б. при $185,5 \pm 9,2$ . | 0,8         |
| 3.7                              | Проведён анализ применимости линейной модели (учёт влияния нелинейности/ангармоничности) при заданных амплитудах.  | 0,4         |
| <b>ИТОГО</b>                     |                                                                                                                    | <b>12,0</b> |

**Примечания.**

- **Эффект Эрли:** Если в п. 1.3, 2.1 и далее пренебрегают слагаемым  $\frac{200I_6R}{U_A}$  в знаменателе дроби, это приводит к штрафу в 50% баллов за эти пункты.
- **Обоснование в п. 2.2:** Если возможность пренебрежения изменением  $K_I$  просто постулируется без обоснования (оценки изменения тока базы), выставляется половина балла (0,5 б.).
- **Вычислительные ошибки:** Ошибки в вычислениях в п.п. 1.5, 1.6, 2.3, 3.5, 3.6, приводящие к выходу за диапазоны точности при верных рассуждениях, приводят к снижению оценки на 50%.

**4. О бусинке и грузе (12 баллов)**

| №                                                          | Критерий                                                                                                                       | Балл |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1. Равновесие и динамика при $k = 1/\sqrt{3}$ (6,0 баллов) |                                                                                                                                | 6,0  |
| 1.1                                                        | Геометрически обосновано выражение для изменения длины нити (или высоты груза): $\Delta h = 2R \sin(\varphi/2)$ .              | 0,6  |
| 1.2                                                        | Записана потенциальная энергия системы $W(\varphi) = mgR(k \cdot 2 \sin(\varphi/2) - \sin \varphi)$ или эквивалентная формула. | 0,6  |
| Вариант А. Энергетический метод                            |                                                                                                                                |      |
| 1.3.А                                                      | Найдено условие экстремума энергии через взятие производной: $dW/d\varphi = 0$ .                                               | 0,6  |
| 1.4.А                                                      | Проведены тригонометрические преобразования и получено квадратное уравнение относительно $\cos(\varphi/2)$ .                   | 0,6  |
| Вариант Б. Силовой метод                                   |                                                                                                                                |      |
| 1.3.Б                                                      | Записано уравнение баланса сил в проекции на касательную к кольцу (учёт проекций $mg$ и $T$ ).                                 | 0,6  |

|                                                            |                                                                                                                               |             |
|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| 1.4.Б                                                      | Использована связь силы натяжения нити с весом груза ( $T = kmg$ ) и получено тригонометрическое уравнение.                   | 0,6         |
| <i>Продолжение решения</i>                                 |                                                                                                                               |             |
| 1.5                                                        | Найден численный корень для устойчивого равновесия: $\varphi_1 = 60^\circ$ (или $\cos(\varphi/2) = 1/2$ ).                    | 0,5         |
| 1.6                                                        | Найден численный корень для неустойчивого равновесия: $\varphi_2 \approx 250,5^\circ$ (или $\cos(\varphi/2) = -1/\sqrt{3}$ ). | 0,5         |
| 1.7                                                        | Доказана устойчивость $\varphi_1$ и неустойчивость $\varphi_2$ (любым способом).                                              | 0,8         |
| 1.8                                                        | Установлена кинематическая связь скоростей тел: $u = v \cos(\gamma)$ , где $\gamma$ — угол между нитью и касательной.         | 0,6         |
| 1.9                                                        | Составлено уравнение закона сохранения энергии для перехода из точки $\varphi_1$ в $\varphi_2$ .                              | 0,6         |
| 1.10                                                       | Получен итоговый расчётный ответ для минимальной скорости: $v_{\min} \approx 1,74\sqrt{gR}$ .                                 | 0,6         |
| 2. Анализ существования устойчивого равновесия (2,0 балла) |                                                                                                                               | 2,0         |
| 2.1                                                        | Получена общая зависимость положения равновесия от параметра $k$ в виде $\cos(\varphi/2) = f(k)$ .                            | 0,5         |
| 2.2                                                        | Проведён анализ физической области существования устойчивого корня ( $ \cos(\varphi/2)  \leq 1$ ).                            | 0,5         |
| 2.3                                                        | Исследовано поведение функции (вторая производная или знак силы) при изменении $k$ .                                          | 0,5         |
| 2.4                                                        | Сформулирован верный итоговый ответ: при $k > 1$ устойчивое равновесие отсутствует.                                           | 0,5         |
| 3. Учёт трения (4,0 балла)                                 |                                                                                                                               | 4,0         |
| 3.1                                                        | Получены выражения для сил нормальной реакции $N(\varphi)$ и проекции силы тяжести на касательную.                            | 1,0         |
| 3.2                                                        | Записано условие отсутствия скольжения через коэффициент трения: $ F_{\text{тр}}  \leq \mu N$ .                               | 1,0         |
| 3.3                                                        | Исследовано соотношение сил или критический угол $\alpha = \arctg \mu$ в диапазоне $\varphi \in (0, \pi/2)$ .                 | 1,0         |
| 3.4                                                        | Сформулирован верный итоговый ответ: устойчивое равновесие в данном диапазоне углов невозможно.                               | 1,0         |
| <b>ИТОГО</b>                                               |                                                                                                                               | <b>12,0</b> |

**Примечания.**

- *Общее правило:* Если рассуждения верные, но ответ не верный вследствие арифметических ошибок, штраф составляет 50% от балла за соответствующий пункт.
- *Части 2 и 3:* Если в данных частях верный ответ получен из неверных предпосылок или отсутствует обоснование, баллы за ответ (пп. 2.4 и 3.4) выставляются полностью.
- *Часть 2 (методология):* Если использован другой способ (например, прямое исследование второй производной), баллы за логические этапы выставляются полностью.

**5. В потоке (9 баллов)**

| №                                                      | Критерий                                                                                                                                                                                                                        | Балл       |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 1. Расчёт характеристик температуры (4,5 балла)        |                                                                                                                                                                                                                                 | 4,5        |
| 1.1                                                    | Сделан физически обоснованный вывод о том, что парциальное давление и температура ненасыщенного пара изменяются пропорционально соответствующим параметрам воздуха (см. <i>примечание</i> ).                                    | 1,0        |
| 1.2                                                    | Использована связь молярной теплоёмкости $c_p$ с показателем адиабаты $\gamma$ и газовой постоянной $R$ : $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$ .                                                                                 | 0,8        |
| 1.3                                                    | Выполнена корректная подстановка выражения для скорости звука и числа Маха в закон сохранения энергии: $\frac{c_p T}{\mu} + \frac{M^2}{2} \cdot \frac{\gamma R T}{\mu} = \text{const}$ .                                        | 0,7        |
| 1.4                                                    | Получена итоговая аналитическая зависимость $T$ от числа Маха $M$ :<br>$T = T_0 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-1}$ .                                                                                             | 1,0        |
| 1.5                                                    | Рассчитано $T_{\min} \approx 287,8$ К. Диапазоны точности:<br>• погрешность $\leq 0,5\%$ (286,4 ... 289,2 К) — 1,0 б.<br>• погрешность $\leq 1,0\%$ (284,9 ... 290,7 К) — 0,5 б.                                                | 1,0        |
| 2. Пересчёт давления по адиабате (1,6 балла)           |                                                                                                                                                                                                                                 | 1,6        |
| 2.1                                                    | Обоснован переход от уравнения адиабаты $P\rho^{-\gamma} = \text{const}$ к переменным $(P, T)$ с использованием уравнения Менделеева — Клапейрона.                                                                              | 0,2        |
| 2.2                                                    | Получена аналитическая связь давления и абсолютной температуры для адиабатического процесса: $P \sim T^{\gamma/(\gamma-1)}$ .                                                                                                   | 1,0        |
| 2.3                                                    | Рассчитан показатель степени для воздуха: $k = \gamma/(\gamma - 1) = 3,5$ .                                                                                                                                                     | 0,4        |
| 3. Работа с графиком и условие конденсации (1,6 балла) |                                                                                                                                                                                                                                 | 1,6        |
| 3.1                                                    | Обосновано, что конденсация пара начинается при достижении «точки росы» в области минимума температуры (см. <i>примечание</i> ).                                                                                                | 1,0        |
| 3.2                                                    | По графику определено давление $P_{\text{нас}}(T_0) \approx 2,65$ кПа. Диапазоны:<br>• погрешность $\leq 2\%$ (2,60 ... 2,70 кПа) — 0,2 б.<br>• погрешность $\leq 4\%$ (2,55 ... 2,75 кПа) — 0,1 б.                             | 0,2        |
| 3.3                                                    | По графику определено давление $P_{\text{нас}}(T_{\min}) \approx 1,68$ кПа. Диапазоны:<br>• погрешность $\leq 6\%$ (1,58 ... 1,78 кПа) — 0,4 б.<br>• погрешность $\leq 12\%$ (1,48 ... 1,88 кПа) — 0,2 б.                       | 0,4        |
| 4. Финальный расчёт влажности (1,3 балла)              |                                                                                                                                                                                                                                 | 1,3        |
| 4.1                                                    | Составлена пропорция для нахождения $P_{\text{п}}(T_0)$ через $P_{\text{нас}}(T_{\min})$ и отношение температур.                                                                                                                | 0,7        |
| 4.2                                                    | Получен численный ответ для $\varphi_{\text{max}}$ . Диапазоны точности:<br>• погрешность $\leq 3\%$ (66 ... 72%) — 0,6 б.<br>• погрешность $\leq 6\%$ (63 ... 75%) — 0,45 б.<br>• погрешность $\leq 9\%$ (60 ... 78%) — 0,3 б. | 0,6        |
| <b>ИТОГО</b>                                           |                                                                                                                                                                                                                                 | <b>9,0</b> |

*Примечания.*

- *Общее примечание:* если в решении сразу используются численные значения констант ( $\gamma = 7/5$ ,  $c_p = 7R/2$ ), то оценка за соответствующие пункта не снижается.
- *Пункты 1.3, 1.4, 2.2:* ошибки в алгебраических преобразованиях или арифметике влекут снижение баллов за пункт на 50%.
- *Пункты 1.1, 3.1:* если физический вывод о поведении пара или условие конденсации явно не сформулированы, но корректно используются в решении, баллы выставляются полностью.
- *Пункты 1.4, 1.5:* если в работе отсутствует прямое утверждение о том, что минимум температуры достигается при максимальном числе Маха, баллы не снижаются.
- *Пункт 3.3:* при неверном значении  $T_{\min}$  балл выставляется полностью, если давление определено по графику верно для полученной участником температуры.