

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по экономике.

Республика Татарстан. 2025-2026 учебный год.

11 класс

Тестовая часть

10 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит **4 балла**. За всю тестовую часть можно получить максимум **40 баллов**.

1. Ильгиз живёт в Казани и снимает комнату. Ему необходимо 32 тысячи рублей в месяц на аренду и повседневные расходы. Сбережений у Ильгиза 30 тысяч рублей. На депозит деньги он не кладёт, потому что хочет иметь быстрый доступ на случай непредвиденных затрат. Кроме того, он получает подработку два раза в месяц, пятого и двадцатого числа, по 8 тысяч рублей, а ещё бабушка переводит ему 2 тысячи рублей три раза в месяц, первого, десятого и двадцать пятого числа. На какое максимальное количество месяцев хватит Ильгизу его сбережений, если недостающие деньги он покрывает именно из них?

- (а) 1; (б) 2; (в) 3; (г) 4.

2. Ваши ежемесячные покупки в магазине продуктов составляют 40 тысяч рублей. Магазин предлагает выбрать одну из двух карт лояльности, каждая из которых даёт бонусы за покупки. Первая карта возвращает 5% от суммы трат, но не более 1500 рублей в месяц. Вторая карта возвращает 4%, но не более 1800 рублей в месяц. Какой максимальный размер бонусов вы сможете получить, если выберете наиболее выгодную карту?

- (а) 1500; (б) 1500; (в) 1600; (г) 1800.

3. Известно, что при росте цены на товар А потребители стали больше покупать товар В. Какая пара товаров могла быть зашифрована обозначениями «А» и «В»?

- (а) Смартфоны и зарядные устройства; (в) Книги и рюкзаки;
(б) Тарелки и ножи; (г) Кофе и чай.

4. Кто устанавливает инфляцию в России?

- (а) Центральный банк Российской Федерации;
(б) Министерство финансов Российской Федерации;
(в) Администрация Президента Российской Федерации;
(г) Среди ответов выше нет верного.

5. Центральный банк может изменять ключевую ставку — базовую процентную ставку, по которой он кредитует коммерческие банки. Эта ставка влияет на всю экономику: при её повышении кредиты дорожают, а новые финансовые инструменты приносят более высокую доходность. Облигации с фиксированным купоном — это ценные бумаги, по которым инвестор получает регулярные выплаты в фиксированном размере, независимо от рыночной конъюнктуры. Как, скорее всего, изменится цена уже обращающихся облигаций с фиксированным купоном при ожидании повышения ключевой ставки?

(а) Упадёт, потому что новые облигации будут приносить более высокую доходность;

(б) Не изменится, так как размер купона не зависит от ключевой ставки;

(в) Вырастет, потому что фиксированный доход станет более ценным;

(г) Упадёт, но только после фактического повышения ставки.

6. Общие издержки фирмы описываются функцией $TC = 2Q^2 + 10Q + 500$, где $Q > 0$ — объём выпуска. Выберите все верные утверждения при увеличении выпуска.

1. Постоянные издержки в расчёте на единицу продукции уменьшаются;

2. Переменные издержки в расчёте на единицу продукции увеличиваются;

3. Постоянные издержки остаются неизменными;

4. Общие издержки в расчёте на единицу продукции сначала снижаются, а затем растут.

(а) верно только утверждение 3;

(в) верны утверждения 1, 2 и 3;

(б) верны утверждения 2 и 3;

(г) верны утверждения 1, 2, 3 и 4.

7. Найдите сумму, которая будет на вкладе через два года, если в начале первого года внесли 8 000 рублей, а в начале второго года, сразу после начисления процентов, добавили ещё 2 000 рублей. Ставка составляет 5% годовых, процент сложный, то есть каждый год проценты начисляются не только на первоначальный вклад, но и на ранее начисленные проценты.

(а) 10 500;

(б) 10 900;

(в) 10 920;

(г) 11 025;

8. Индивидуальная функция спроса на пиццу описывается следующим образом: «Покупатель заказывает 2 пиццы, если цена одной не превышает 400 рублей, иначе спрос равен нулю». Пусть Q — количество пицц, P — цена одной пиццы. Как выглядит функция спроса на пиццу?

(а) $Q(P) = 2$ для всех P ;

(в) Недостаточно информации;

(б) $Q(P) = \begin{cases} 2 - 0.01P, & P \leq 400, \\ 0, & P > 400. \end{cases}$

(г) $Q(P) = \begin{cases} 2, & P \leq 400, \\ 0, & P > 400. \end{cases}$

9. Представим, что вы обладаете двумя заводами с некоторыми издержками $TC_1(Q_1)$ и $TC_2(Q_2)$, где TC – то, сколько денег вы потратите на производство, если произведёте Q единиц продукции. Вы минимизируете свои издержки, тогда:

(а) Если $TC_1(Q_1) = \sqrt{Q_1}$, $TC_2(Q_2) = \sqrt{Q_2}$, то вы будете производить на каждом из заводов ровно половину продукции;

(б) Если $TC_1(Q_1) = \sqrt{Q_1}$, $TC_2(Q_2) = 2\sqrt{Q_2}$, то вы будете производить положительное количество на каждом из заводов при суммарном выпуске больше нуля;

(в) Если $TC_1(Q_1) = Q_1^2$, $TC_2(Q_2) = Q_2^2$, то вы будете производить только на одном из заводов;

(г) Если $TC_1(Q_1) = Q_1^2$, $TC_2(Q_2) = 2Q_2^2$, то вы будете производить положительное количество на каждом из заводов при суммарном выпуске больше нуля.

10. На рынке аренды велосипедов спрос описывается функцией $D = 10 - p$, где p – цена аренды за час, а D – количество часов аренды. Предложение складывается из двух прокатных пунктов, чьи функции предложения имеют вид: $S_1 = 2p - 5$, $S_2 = p - 9$.

Рынок является совершенно конкурентным. Под равновесием понимается ситуация, когда суммарное предложение равно спросу при единой для рынка цене. Найдите равновесное количество часов аренды для первого прокатного пункта.

(а) 0;

(б) 4;

(в) 5;

(г) 6.

Максимум за тестовую часть - 40 баллов

Задачи с развернутым ответом

Для каждой из задач ниже необходимо написать развернутое решение. Обратите внимание, что только верно написанный ответ не будет оценен в полный балл, а продвижения по задачам могут быть оценены по критериям, даже если полученный ответ окажется неверным. Каждая верно решенная задача приносит **10 баллов**. Всего будет **3 задачи**, то есть за часть с развернутым ответом можно получить максимум **30 баллов**.

11. В школьной столовой продают пирожки. Если цена одного пирожка 10 рублей, дети покупают 30 пирожков. Если цена пирожка 20 рублей, дети покупают 10 пирожков. На приготовление одного пирожка столовая тратит 5 рублей (издержки столовой на муку, масло и другие нужные ингредиенты).

(а) (2 балла) Посчитайте, сколько денег получит столовая от продажи пирожков, если цена одного пирожка будет равна 10 рублей. Другими словами, найдите выручку столовой при цене 10 рублей. Выручка — это сколько всего денег получает столовая от продажи.

(б) (2 балла) Посчитайте, сколько денег получит столовая от продажи пирожков, если цена одного пирожка будет равна 20 рублей. Другими словами, найдите выручку столовой при цене 20 рублей.

(в) (2 балла) Посчитайте прибыль столовой в первом случае, когда цена пирожка равна 10 рублей. Прибыль — это выручка минус издержки.

(г) (2 балла) Посчитайте прибыль столовой во втором случае, когда цена пирожка равна 20 рублей.

(д) (2 балла) Сравните полученные прибыли и напишите, при какой цене пирожка столовая заработает больше денег.

12. Рассмотрим фирму на совершенно конкурентном рынке. Цена товара p задана извне, так как фирма — ценополучатель. Издержки фирмы зависят от выпуска $q \geq 0$ и равны

$$TC(q) = 10q + q^2.$$

Прибыль фирмы равна выручке за вычетом издержек.

Фирма максимизирует свою прибыль.

(а) (3 балла) При цене $p = 8$ найдите объём выпуска q^* , максимизирующий прибыль, и значение прибыли π^* .

(б) (3 балла) При цене $p = 14$ найдите q^* и π^* .

(в) (4 балла) Найдите функцию предложения фирмы $q(p)$, то есть оптимальное q в зависимости от цены p .

13. В выходной день на городском фестивале продают однотипные бутылки питьевой воды по цене p рублей за штуку. Рынок можно считать конкурентным: на нем присутствует множество мелких продавцов и покупателей. Объём предложения возрастает с ценой и для всех пунктов одинаков:

$$Q_S(p) = -20 + 2p.$$

Если выражение даёт отрицательное число, фактическое предложение считается равным нулю.

Спрос формируется поэтапно от разных групп покупателей.

(а) (3 балла) Допустим, на рынке есть единственная группа потребителей. Их линейный спрос:

$$Q_{D,1}(p) = 180 - 2p.$$

Найдите равновесную цену и равновесный объём.

(б) (3 балла) Допустим, что на фестиваль пришла вторая группа потребителей. Её спрос:

$$Q_{D,2}(p) = 100 - p.$$

Найдите новое рыночное равновесие – цену и количество.

(в) (4 балла) Допустим, что на фестиваль пришла третья группа потребителей. Её спрос:

$$Q_{D,3}(p) = 50 - 2p.$$

Найдите равновесную цену и равновесный объём.

Максимум за часть с развернутым ответом - 30 баллов

Всего за работу максимум 70 баллов.

11 класс
Тестовая часть

10 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит **4 балла**. За всю тестовую часть можно получить максимум **40 баллов**.

1. Ильгиз живёт в Казани и снимает комнату. Ему необходимо 32 тысячи рублей в месяц на аренду и повседневные расходы. Сбережений у Ильгиза 30 тысяч рублей. На депозит деньги он не кладёт, потому что хочет иметь быстрый доступ на случай непредвиденных затрат. Кроме того, он получает подработку два раза в месяц, пятого и двадцатого числа, по 8 тысяч рублей, а ещё бабушка переводит ему 2 тысячи рублей три раза в месяц, первого, десятого и двадцать пятого числа. На какое максимальное количество месяцев хватит Ильгизу его сбережений, если недостающие деньги он покрывает именно из них?

- (а) 1; (б) 2; (в) 3; (г) 4.

Ответ: в.

Пояснение:

1. Ильгизу нужно 32 тысячи рублей в месяц. Сбережения составляют 30 тысяч рублей.

2. Его ежемесячные доходы:

– Подработка: 8 тысяч рублей два раза в месяц, то есть 16 тысяч рублей.

– Бабушка: 2 тысячи рублей три раза в месяц, то есть 6 тысяч рублей.

Итого 22 тысячи рублей в месяц.

3. Ежемесячный дефицит: $32 - 22 = 10$ тысяч рублей, которые покрываются из сбережений.

4. Так как у него есть 30 тысяч рублей сбережений, а расходует он из них по 10 тысяч рублей в месяц, то их хватит на:

$$\frac{30 \text{ тыс.}}{10 \text{ тыс.}} = 3 \text{ месяца.}$$

2. Ваши ежемесячные покупки в магазине продуктов составляют 40 тысяч рублей. Магазин предлагает выбрать одну из двух карт лояльности, каждая из которых даёт бонусы за покупки. Первая карта возвращает 5% от суммы трат, но не более 1500 рублей в месяц. Вторая карта возвращает 4%, но не более 1800 рублей в месяц. Какой максимальный размер бонусов вы сможете получить, если выберете наиболее выгодную карту?

- (а) 1500; (б) 1500; (в) 1600; (г) 1800.

Ответ: в

Пояснение: При тратах 40 тысяч рублей: – по первой карте кешбэк равен $0.05 \times 40\,000 = 2000$ рублей, но действует лимит 1500 рублей; – по второй карте кешбэк равен $0.04 \times 40\,000 = 1600$ рублей, что меньше лимита 1800 рублей.

Таким образом, максимальный размер бонусов составит 1600 рублей по второй карте.

3. Известно, что при росте цены на товар А потребители стали больше покупать товар В. Какая пара товаров могла быть зашифрована обозначениями «А» и «В»?

- | | |
|--------------------------------------|----------------------|
| (а) Смартфоны и зарядные устройства; | (в) Книги и рюкзаки; |
| (б) Тарелки и ножи; | (г) Кофе и чай. |

Ответ: г.

Пояснение: В условии описана ситуация с товарами-субститутами: при дорожании одного товара увеличивается спрос на другой, который его заменяет. Кофе и чай выступают классическим примером взаимозаменяемых благ. Остальные пары преимущественно дополняют друг друга: смартфоны и зарядные устройства, тарелки и ножи, книги и рюкзаки обычно потребляются вместе, поэтому их относят к комплементам.

4. Кто устанавливает инфляцию в России?

- (а) Центральный банк Российской Федерации;
- (б) Министерство финансов Российской Федерации;
- (в) Администрация Президента Российской Федерации;
- (г) Среди ответов выше нет верного.

Ответ: г

Пояснение: Инфляцию нельзя установить административным решением, потому что она отражает динамику цен в экономике в целом. Государство может заморозить цену на один товар (например, установить тариф на электроэнергию) — но это не определяет общий уровень цен. В экономике тысячи рынков, и инфляция складывается из их совокупного изменения. Однако власти могут влиять на инфляцию экономическими инструментами, главным из которых является ключевая ставка Центрального банка.

5. Центральный банк может изменять ключевую ставку — базовую процентную ставку, по которой он кредитует коммерческие банки. Эта ставка влияет на всю экономику: при её повышении кредиты дорожают, а новые финансовые инструменты приносят более высокую доходность. Облигации с фиксированным купоном — это ценные бумаги, по которым инвестор получает регулярные выплаты в фиксированном размере, независимо от рыночной конъюнктуры. Как, скорее всего, изменится цена уже обращающихся облигаций с фиксированным купоном при ожидании повышения ключевой ставки?

- (а) Упадёт, потому что новые облигации будут приносить более высокую доходность;
- (б) Не изменится, так как размер купона не зависит от ключевой ставки;
- (в) Вырастет, потому что фиксированный доход станет более ценным;

(г) Упадёт, но только после фактического повышения ставки.

Ответ: а

Пояснение: При ожидании роста ключевой ставки доходность новых выпусков облигаций увеличивается, и старые облигации с фиксированным купоном становятся менее привлекательными. Чтобы уравнять доходность, их рыночная цена снижается. Поэтому правильный ответ — падение цены уже выпущенных облигаций.

6. Общие издержки фирмы описываются функцией $TC = 2Q^2 + 10Q + 500$, где $Q > 0$ — объём выпуска. Выберите все верные утверждения при увеличении выпуска.

1. Постоянные издержки в расчёте на единицу продукции уменьшаются;
2. Переменные издержки в расчёте на единицу продукции увеличиваются;
3. Постоянные издержки остаются неизменными;
4. Общие издержки в расчёте на единицу продукции сначала снижаются, а затем растут.

(а) верно только утверждение 3;

(в) верны утверждения 1, 2 и 3;

(б) верны утверждения 2 и 3;

(г) верны утверждения 1, 2, 3 и 4.

Ответ: г

Пояснение: Функция общих издержек имеет постоянную часть $FC = 500$ и переменные издержки $VC = 2Q^2 + 10Q$.

- В расчёте на единицу продукции FC/Q уменьшаются при росте Q (утверждение 1 верно).

- Переменные издержки на единицу $VC/Q = 2Q + 10$ увеличиваются при росте Q (утверждение 2 верно).

- Постоянные издержки в целом не зависят от выпуска (утверждение 3 верно).

- Средние общие издержки $ATC = (2Q^2 + 10Q + 500)/Q = 2Q + 10 + 500/Q$ сначала падают за счёт снижения $500/Q$, а затем растут за счёт линейного роста $2Q + 10$ (утверждение 4 верно).

7. Найдите сумму, которая будет на вкладе через два года, если в начале первого года внесли 8 000 рублей, а в начале второго года, сразу после начисления процентов, добавили ещё 2 000 рублей. Ставка составляет 5% годовых, процент сложный, то есть каждый год проценты начисляются не только на первоначальный вклад, но и на ранее начисленные проценты.

(а) 10 500;

(б) 10 900;

(в) 10 920;

(г) 11 025;

Ответ: в.

Пояснение:

1. В конце первого года на вкладе:

$$8\,000 \times 1,05 = 8\,400 \text{ рублей.}$$

2. В начале второго года добавляют ещё 2 000 рублей, и сумма становится:

$$8\,400 + 2\,000 = 10\,400 \text{ рублей.}$$

3. К концу второго года начисляются проценты:

$$10\,400 \times 1,05 = 10\,920 \text{ рублей.}$$

8. Индивидуальная функция спроса на пиццу описывается следующим образом: «Покупатель заказывает 2 пиццы, если цена одной не превышает 400 рублей, иначе спрос равен нулю». Пусть Q — количество пицц, P — цена одной пиццы. Как выглядит функция спроса на пиццу?

(а) $Q(P) = 2$ для всех P ;

(в) Недостаточно информации;

(б) $Q(P) = \begin{cases} 2 - 0.01P, & P \leq 400, \\ 0, & P > 400. \end{cases}$

(г) $Q(P) = \begin{cases} 2, & P \leq 400, \\ 0, & P > 400. \end{cases}$

Ответ: г.

Пояснение: Функция спроса имеет пороговый характер: при цене не выше 400 рублей покупатель всегда берёт 2 пиццы, а при более высокой цене — вовсе не покупает. Это соответствует записи

$$Q(P) = \begin{cases} 2, & P \leq 400, \\ 0, & P > 400. \end{cases}$$

Остальные варианты не соответствуют условию: вариант (а) предполагает фиксированный спрос при любой цене, вариант (б) задаёт линейную зависимость от цены, а вариант (в) неверен, так как информации достаточно для задания функции.

9. Представим, что вы обладаете двумя заводами с некоторыми издержками $TC_1(Q_1)$ и $TC_2(Q_2)$, где TC — то, сколько денег вы потратите на производство, если произведёте Q единиц продукции. Вы минимизируете свои издержки, тогда:

(а) Если $TC_1(Q_1) = \sqrt{Q_1}$, $TC_2(Q_2) = \sqrt{Q_2}$, то вы будете производить на каждом из заводов ровно половину продукции;

(б) Если $TC_1(Q_1) = \sqrt{Q_1}$, $TC_2(Q_2) = 2\sqrt{Q_2}$, то вы будете производить положительное количество на каждом из заводов при суммарном выпуске больше нуля;

(в) Если $TC_1(Q_1) = Q_1^2$, $TC_2(Q_2) = Q_2^2$, то вы будете производить только на одном из заводов;

(г) Если $TC_1(Q_1) = Q_1^2$, $TC_2(Q_2) = 2Q_2^2$, то вы будете производить положительное количество на каждом из заводов при суммарном выпуске больше нуля.

Ответ: г

Пояснение: В первых двух случаях функции издержек имеют убывающие предельные издержки. При убывающих предельных издержках оптимальное решение заключается в полном сосредоточении выпуска на одном заводе.

В последних двух случаях функции издержек имеют возрастающие предельные издержки, начиная с нуля. При возрастающих предельных издержках из одной точки оптимальное распределение требует положительного выпуска на каждом из заводов, так как только в этом случае возможно выравнивание предельных издержек.

10. На рынке аренды велосипедов спрос описывается функцией $D = 10 - p$, где p — цена аренды за час, а D — количество часов аренды. Предложение складывается из двух прокатных пунктов, чьи функции предложения имеют вид: $S_1 = 2p - 5$, $S_2 = p - 9$.

Рынок является совершенно конкурентным. Под равновесием понимается ситуация, когда суммарное предложение равно спросу при единой для рынка цене. Найдите равновесное количество часов аренды для первого прокатного пункта.

- (а) 0; (б) 4; (в) 5; (г) 6.

Ответ: в.

Пояснение: Суммарное предложение:

$$S = (2p - 5) + (p - 9) = 3p - 14.$$

Приравняем к спросу:

$$3p - 14 = 10 - p \Rightarrow p = 6.$$

Но при $p = 6$ второе предложение отрицательно ($S_2 = -3$), что не имеет смысла. Поэтому в равновесии второй пункт не участвует.

Тогда решаем уравнение только для первого пункта:

$$2p - 5 = 10 - p \Rightarrow p = 5.$$

Следовательно, $S_1 = 2 \cdot 5 - 5 = 5$. Это и есть равновесный объём для первого пункта.

Максимум за тестовую часть - 40 баллов

Задачи с развернутым ответом

Для каждой из задач ниже необходимо написать развернутое решение. Обратите внимание, что только верно написанный ответ не будет оценен в полный балл, а продвижения по задачам могут быть оценены по критериям, даже если полученный ответ окажется неверным. Каждая верно решенная задача приносит **10 баллов**. Всего будет **3 задачи**, то есть за часть с развернутым ответом можно получить максимум **30 баллов**.

11. В школьной столовой продают пирожки. Если цена одного пирожка 10 рублей, дети покупают 30 пирожков. Если цена пирожка 20 рублей, дети покупают 10 пирожков. На приготовление одного пирожка столовая тратит 5 рублей (издержки столовой на муку, масло и другие нужные ингредиенты).

(а) (2 балла) Посчитайте, сколько денег получит столовая от продажи пирожков, если цена одного пирожка будет равна 10 рублей. Другими словами, найдите выручку столовой при цене 10 рублей. Выручка — это сколько всего денег получает столовая от продажи.

(б) (2 балла) Посчитайте, сколько денег получит столовая от продажи пирожков, если цена одного пирожка будет равна 20 рублей. Другими словами, найдите выручку столовой при цене 20 рублей.

(в) (2 балла) Посчитайте прибыль столовой в первом случае, когда цена пирожка равна 10 рублей. Прибыль — это выручка минус издержки.

(г) (2 балла) Посчитайте прибыль столовой во втором случае, когда цена пирожка равна 20 рублей.

(д) (2 балла) Сравните полученные прибыли и напишите, при какой цене пирожка столовая заработает больше денег.

Решение:

(а) При цене пирожка 10 рублей и количестве 30 штук:

$$\text{выручка} = 10 \times 30 = 300 \text{ рублей.}$$

(б) При цене пирожка 20 рублей и количестве 10 штук:

$$\text{выручка} = 20 \times 10 = 200 \text{ рублей.}$$

(в) В первом случае издержки составят:

$$\text{издержки} = 5 \times 30 = 150 \text{ рублей.}$$

Тогда прибыль равна:

$$\text{прибыль} = 300 - 150 = 150 \text{ рублей.}$$

(г) Во втором случае издержки составят:

$$\text{издержки} = 5 \times 10 = 50 \text{ рублей.}$$

Тогда прибыль равна:

$$\text{прибыль} = 200 - 50 = 150 \text{ рублей.}$$

(д) В обоих случаях прибыль получилась одинаковая:

$$150 \text{ рублей.}$$

Значит, столовой всё равно, какую цену поставить — 10 рублей или 20 рублей.

Критерии оценивания:

(а) Выручка при цене 10 рублей:

- 2 балла — приведён полностью верный ответ (300 рублей).
- 1 балл — вычисления неверны, но записана правильная формула для выручки (цена умножить на количество).

(б) Выручка при цене 20 рублей:

- 2 балла — приведён полностью верный ответ (200 рублей).
- 1 балл — вычисления неверны, но записана правильная формула для выручки.

(в) Прибыль в первом случае:

- 2 балла — приведён полностью верный ответ (150 рублей).
- 1 балл — ответ неверен, но записана правильная формула для прибыли или издержек.

(г) Прибыль во втором случае:

- 2 балла — приведён полностью верный ответ (150 рублей).

- 1 балл — ответ неверен, но записана правильная формула для прибыли или издержек.

(д) Сравнение прибылей:

- 2 балла — приведён полностью верный ответ (прибыль одинакова, по 150 рублей).
- 1 балл — ответ неверен, но записана верная логика сравнения через прибыль.

Итого за задачу: не более 10 баллов

12. Рассмотрим фирму на совершенно конкурентном рынке. Цена товара p задана извне, так как фирма — ценополучатель. Издержки фирмы зависят от выпуска $q \geq 0$ и равны

$$TC(q) = 10q + q^2.$$

Прибыль фирмы равна выручке за вычетом издержек.

Фирма максимизирует свою прибыль.

(а) (3 балла) При цене $p = 8$ найдите объём выпуска q^* , максимизирующий прибыль, и значение прибыли π^* .

(б) (3 балла) При цене $p = 14$ найдите q^* и π^* .

(в) (4 балла) Найдите функцию предложения фирмы $q(p)$, то есть оптимальное q в зависимости от цены p .

Решение:

При фиксированной цене p прибыль как функция от выпуска

$$\pi(q) = pq - (10q + q^2) = -q^2 + (p - 10)q$$

является квадратичной функцией (параболой), ветви направлены вниз (коэффициент при q^2 равен $-1 < 0$). Максимум такой параболы достигается в её вершине.

Вершина параболы. Для функции $aq^2 + bq + c$ вершина имеет абсциссу $q^* = -\frac{b}{2a}$. Здесь $a = -1$, $b = (p - 10)$, поэтому

$$q^* = \frac{p - 10}{2}.$$

Если $q^* < 0$ (то есть $p < 10$), допустимая область $q \geq 0$ отсекает вершину, и максимум достигается на границе $q = 0$. Если $q^* \geq 0$ (то есть $p \geq 10$), максимум достигается в вершине.

Значение прибыли в вершине удобно получить через «квадрат по формуле вершины»:

$$\pi(q) = -\left(q - \frac{p - 10}{2}\right)^2 + \frac{(p - 10)^2}{4}.$$

Отсюда $\max_q \pi(q) = \frac{(p - 10)^2}{4}$ при $p \geq 10$, а при $p < 10$ максимум равен 0 на $q = 0$.

Пункты:

(а) $p = 8 < 10 \Rightarrow q^* = \frac{8 - 10}{2} = -1 < 0$. Оптимум на границе: $q^* = 0$, $\pi^* = 0$.

(б) $p = 14 \Rightarrow q^* = \frac{14 - 10}{2} = 2 (\geq 0)$. Тогда

$$\pi^* = \frac{(14 - 10)^2}{4} = \frac{16}{4} = 4.$$

(в) **Функция предложения.** Оптимальный выпуск как функция цены — это абсцисса вершины, обрезанная снизу нулём:

$$q(p) = \begin{cases} 0, & p < 10, \\ \frac{p - 10}{2}, & p \geq 10. \end{cases}$$

Критерии оценивания:

(а) 3 балла

- 3 балла — верно указаны $q^* = 0$, $\pi^* = 0$.
- 2 балла — верно указано только $q^* = 0$ или только $\pi^* = 0$.
- 0 баллов — неверный ответ.

(б) 3 балла

- 3 балла — верно указаны $q^* = 2$, $\pi^* = 4$.
- 2 балла — верно указано только $q^* = 2$ или только $\pi^* = 4$.
- 0 баллов — неверный ответ.

(в) 4 балла

- 4 балла — верно записана функция предложения

$$q(p) = \begin{cases} 0, & p < 10, \\ \frac{p-10}{2}, & p \geq 10, \end{cases}$$

- 3 балла — указана только формула $q = \frac{p-10}{2}$ без оговорки про $p < 10$.
- 0 баллов — полностью неверный ответ.

Итого за задачу: не более 10 баллов

13. В выходной день на городском фестивале продают однотипные бутылки питьевой воды по цене p рублей за штуку. Рынок можно считать конкурентным: на нем присутствует множество мелких продавцов и покупателей. Объём предложения возрастает с ценой и для всех пунктов одинаков:

$$Q_S(p) = -20 + 2p.$$

Если выражение даёт отрицательное число, фактическое предложение считается равным нулю.

Спрос формируется поэтапно от разных групп покупателей.

(а) (3 балла) Допустим, на рынке есть единственная группа потребителей. Их линейный спрос:

$$Q_{D,1}(p) = 180 - 2p.$$

Найдите равновесную цену и равновесный объём.

(б) (3 балла) Допустим, что на фестиваль пришла вторая группа потребителей. Её спрос:

$$Q_{D,2}(p) = 100 - p.$$

Найдите новое рыночное равновесие – цену и количество.

(в) (4 балла) Допустим, что на фестиваль пришла третья группа потребителей. Её спрос:

$$Q_{D,3}(p) = 50 - 2p.$$

Найдите равновесную цену и равновесный объём.

Решение:

- а) При наличии только первой группы покупателей: Спрос: $Q_{D,1}(p) = 180 - 2p$.
Предложение: $Q_S(p) = -20 + 2p$.

Условие равновесия:

$$180 - 2p = -20 + 2p \Rightarrow 200 = 4p \Rightarrow p = 50.$$

Объём равновесия:

$$Q = -20 + 2 \cdot 50 = 80.$$

Равновесная цена равна 50, равновесный объём равен 80.

- б) При наличии первой и второй групп покупателей: Общий спрос:

$$Q_D(p) = Q_{D,1}(p) + Q_{D,2}(p) = (180 - 2p) + (100 - p) = 280 - 3p.$$

Условие равновесия:

$$280 - 3p = -20 + 2p \Rightarrow 300 = 5p \Rightarrow p = 60.$$

Объём равновесия:

$$Q = -20 + 2 \cdot 60 = 100.$$

Равновесная цена равна 60, равновесный объём равен 100.

- в) При добавлении третьей группы покупателей с функцией спроса $Q_{D,3}(p) = 50 - 2p$:
Формальное сложение трёх функций спроса даёт:

$$Q_D(p) = (180 - 2p) + (100 - p) + (50 - 2p) = 330 - 5p.$$

Условие равновесия:

$$330 - 5p = -20 + 2p \Rightarrow 350 = 7p \Rightarrow p = 50.$$

Однако при $p = 50$ функция третьей группы равна

$$Q_{D,3}(50) = 50 - 2 \cdot 50 = -50,$$

что означает отрицательный спрос, невозможный в реальности. В данном случае фактический спрос третьей группы равен нулю.

Следовательно, третья группа не участвует в формировании равновесия, и итоговое равновесие совпадает с пунктом б):

$$p = 60, \quad Q = 100.$$

Критерии оценивания:

а) (3 балла)

- 3 балла — указаны верные равновесная цена (50) и равновесный объём (80).
- 2 балла — указана только одна из двух величин верно (цена или объём).
- 0 баллов — ответ неверный или отсутствует.

б) (3 балла)

- 3 балла — указаны верные равновесная цена (60) и равновесный объём (100).
- 2 балла — указана только одна из двух величин верно (цена или объём).
- 0 баллов — ответ неверный или отсутствует.

в) (4 балла)

- 4 балла — указаны верные равновесная цена (60), равновесный объём (100) и дано объяснение, почему третья группа не влияет на равновесие.
- 3 балла — указана только одна из двух величин верно (цена или объём), либо верные величины без объяснения про третью группу.
- 0 баллов — ответ неверный или отсутствует.

Итого: максимум 10 баллов.

Итого за задачу: не более 10 баллов

Максимум за часть с развернутым ответом - 30 баллов

Всего за работу максимум 70 баллов.