



Всероссийская проверочная работа

по профильному учебному предмету «МАТЕМАТИКА»
для обучающихся по очной форме обучения по образовательным программам
среднего профессионального образования на базе основного общего образования,
завершивших в предыдущем учебном году освоение общеобразовательной дисциплины

Образец

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 1 час 30 минут (90 минут). Работа включает в себя 15 заданий.

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Сначала укажите ответы в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру или запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения в ответе указывать не надо. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения и ответы на задания 14 и 15 с развёрнутым ответом запишите в соответствующие поля ответов в тексте работы.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками (кроме предложенного в КИМ), калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Таблица для внесения баллов участника (заполняется при проверке в образовательной организации)

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Сумма баллов	Отметка за работу
Баллы																	

Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени

при $a > 0$, $b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма

при $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $x > 0$, $y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Модуль вектора

$$\vec{a} (x_a; y_a), \vec{b} (x_b; y_b)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{x_b^2 + y_b^2}$$

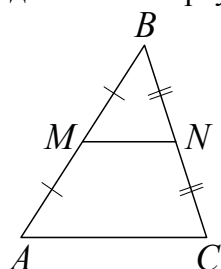
Скалярное произведение векторов

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha, \text{ где } \alpha - \text{угол между векторами } \vec{a} \text{ и } \vec{b}$$

Геометрия

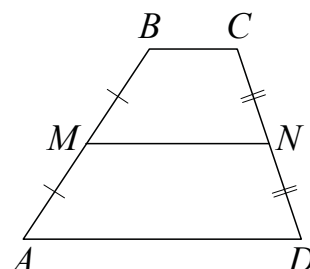
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$$MN \parallel AC$$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



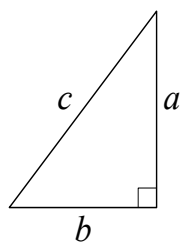
$$BC \parallel AD$$

MN — ср. лин.

$$MN \parallel AD$$

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

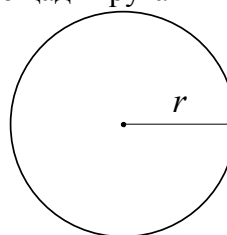
Теорема Пифагора



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности

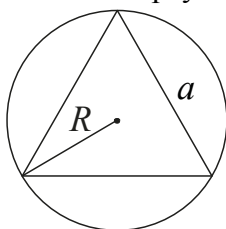
Площадь круга



$$C = 2\pi r$$

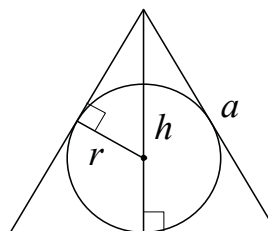
$$S = \pi r^2$$

Правильный треугольник



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

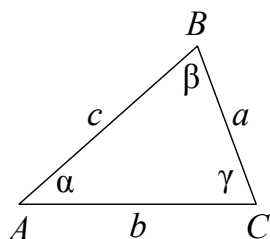
Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

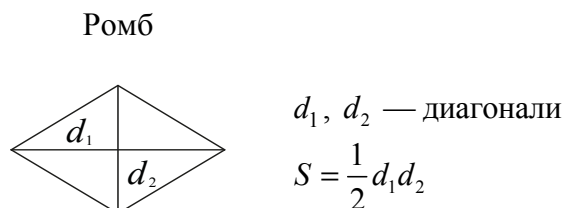
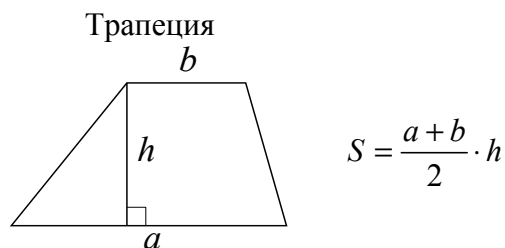
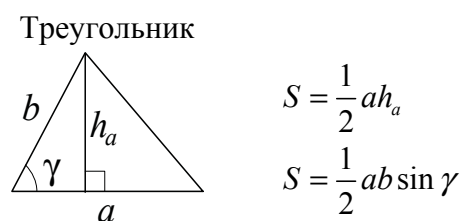
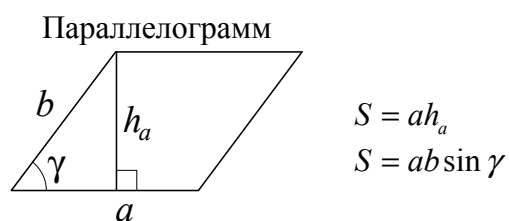
где R — радиус описанной окружности.

Теорема косинусов

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

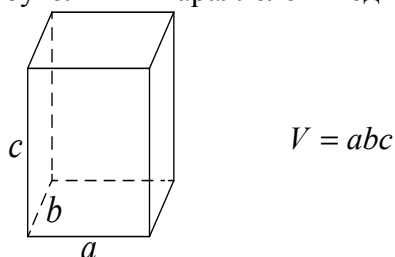


Площади фигур

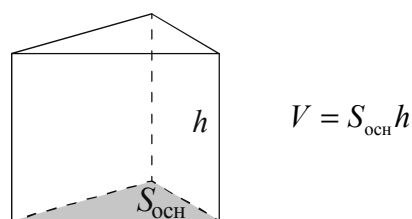


Площади поверхностей и объёмы тел

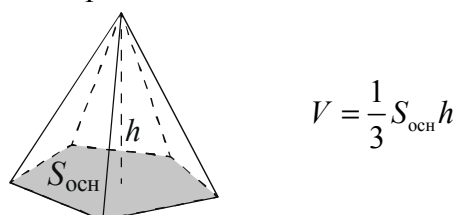
Прямоугольный параллелепипед



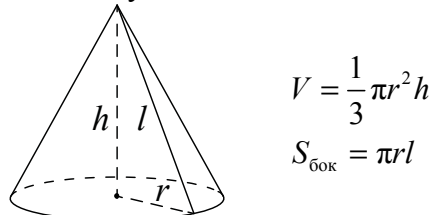
Прямая призма



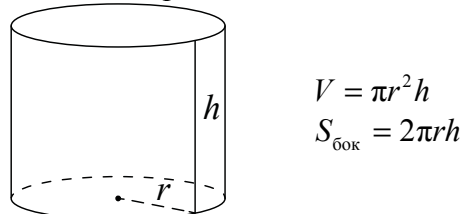
Пирамида



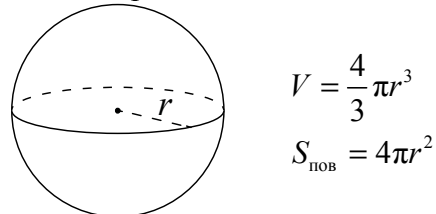
Конус



Цилиндр

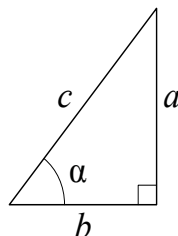


Шар



Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

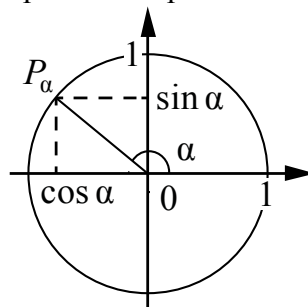


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



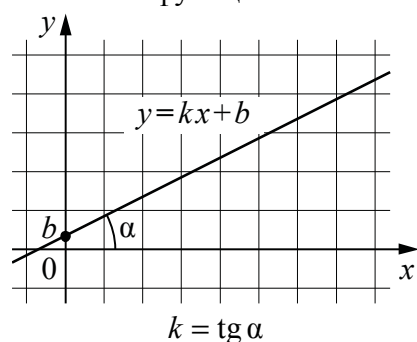
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

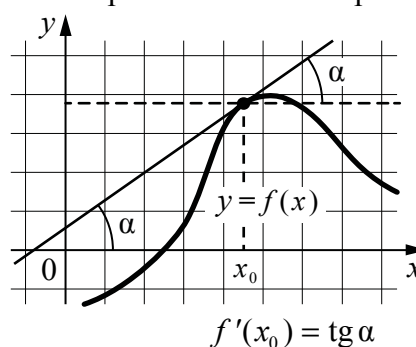
α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Сначала укажите ответы в тексте работы, а затем перенесите их в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответ на задание имеет единицу измерения, то при переносе ответа на бланк следует записать только полученное число. Единицы измерения в ответе указывать не надо. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

1

Найдите значение выражения $(1,2 + 2,3) \cdot 2$.

Ответ: _____

2

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}$.

Ответ: _____

ИЛИ

Найдите значение выражения $\log_6 (2 \cdot 18)$.

Ответ: _____

ИЛИ

Найдите значение выражения $3^5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2$.

Ответ: _____

3

Пакет сока в магазине стоит 75 рублей, а шоколадный батончик — 120 рублей. На шоколадные батончики магазин установил скидку 10 %. Сколько рублей нужно заплатить за пакет сока и шоколадный батончик с учётом скидки?

Ответ: _____

4

Оператор мобильной связи предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Поминутный»	Нет	1 руб.
«Комбинированный»	350 руб. за 300 мин.	0,5 руб. (сверх 300 мин. в месяц)
«Безлимитный»	600 руб. в месяц	Нет

Витя предполагает, что общая длительность разговоров, как и в прошлом месяце, у него составит 700 минут в месяц, и, исходя из этого, выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей он должен будет заплатить за услуги связи в предстоящем месяце, если общая длительность разговоров действительно будет равна 700 минутам?

Ответ: _____

- 5 Журнал «Путешествия по городам и весям» выходит 4 раза в год. Один его номер, приобретённый в розницу, стоит 750 рублей, а годовая подписка составляет 2370 рублей. Сколько рублей можно сэкономить за год, если не покупать каждый номер журнала отдельно, а получать журнал по подписке?

Ответ: _____

- 6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 64$.

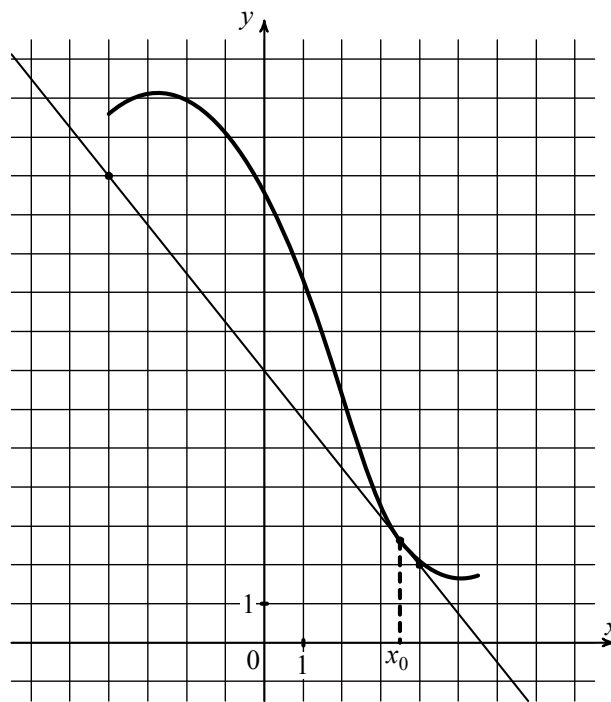
Ответ: _____

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_2(x - 3) = 3$.

Ответ: _____

- 7 К графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 проведена касательная (см. рисунок). Найдите $f'(x_0)$.



Ответ: _____

- 8 В ящике перемешку лежат 14 качественных деталей и 12 деталей с дефектом. Из ящика достают две случайно выбранные детали. Какова вероятность события «обе извлечённые детали качественные»?

Ответ: _____

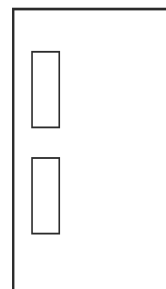
- 9 Эхолокация – способ определения расстояния до объекта при помощи звуковой волны. В морской практике для определения расстояния до объекта в толще воды используют формулу $h = \frac{vt}{2}$, где h – расстояние до объекта в метрах, v – скорость звука в воде в м/с, t – время в секундах приёма отправленного звукового сигнала. Найдите расстояние до подводного объекта, если отражённый от него звуковой сигнал был принят через 3 с. Считайте, что скорость звука в морской воде равна 1500 м/с. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

- 10 Даны векторы $\vec{a}(2; -3)$ и $\vec{b}(-3; p)$. При каком значении p эти векторы перпендикулярны?

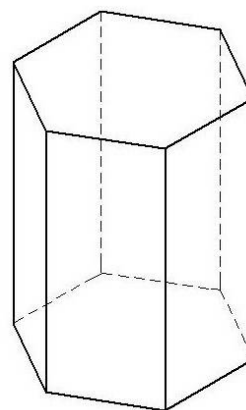
Ответ: _____

- 11 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 24 метра и 25 метров. Хозяин поставил на участке две прямоугольные теплицы площадью 20 м^2 каждая (см. рисунок). Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____

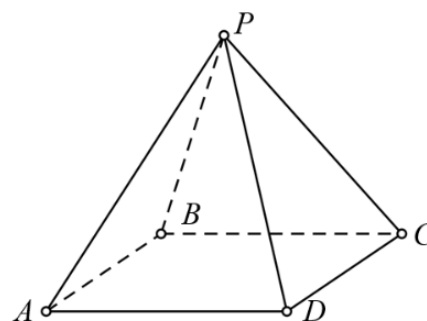
- 12 В правильной шестиугольной призме сторона основания равна 2, а высота равна 7. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



Ответ: _____

13

Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды $PABCD$ равна $\sqrt{6}$, а её боковое ребро равно 2. Найдите градусную меру угла APC .



Ответ:

Не забудьте перенести ответы на задания 1–13 в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с правильным номером задания.

Решения и ответы на задания 14 и 15 запишите в соответствующие поля ответов в тексте работы.

14 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 2 \cos 2x - 5x + 2$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

ИЛИ

Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x \ln x$ на промежутке $(0; 2)$.

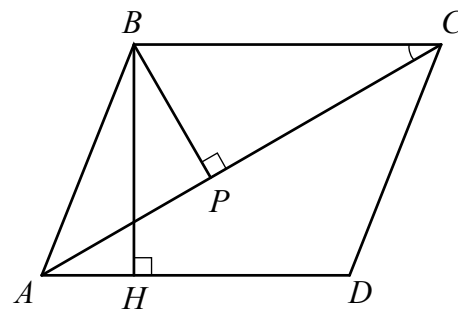
ИЛИ

Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x e^x$ на промежутке $[-2; 2]$.

Решение.	
Ответ:	

15

Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует со стороной BC угол 30° . Из вершины B проведены перпендикуляр BH к стороне AD и перпендикуляр BP к диагонали AC . Найдите площадь параллелограмма, если $BH = 6$, $BP = 4$.



Решение.

Ответ:

Система оценивания проверочной работы

Правильный ответ на каждое из заданий 1–13 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если обучающийся дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Номер задания	Ответы
1	7
2	5 ИЛИ 2 ИЛИ 3
3	183
4	550
5	630
6	– 6 ИЛИ 11
7	– 1,25
8	0,28
9	2250
10	– 2
11	560
12	84
13	120

Критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

14 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 2 \cos 2x - 5x + 2$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

Функция $f(x)$ дифференцируема.

$$f'(x) = -4 \sin 2x - 5.$$

$f'(x) < 0$ при всех $x \in \mathbb{R}$. Значит, функция $f(x)$ убывает на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$, и её

наибольшее значение на этом отрезке равно $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos \pi - \frac{5\pi}{2} + 2 = -\frac{5\pi}{2}$.

Ответ: $-\frac{5\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ИЛИ

Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x \ln x$ на промежутке $(0; 2)$.

Решение.

Функция $f(x)$ дифференцируема при $x > 0$.

$$f'(x) = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1.$$

Уравнение $\ln x + 1 = 0$ на интервале $(0; 2)$ имеет единственный корень $x = \frac{1}{e}$, причём

$$f'(x) < 0 \text{ при } 0 < x < \frac{1}{e}, \quad f'(x) > 0 \text{ при } \frac{1}{e} < x < 2.$$

Значит, наименьшее значение функции $f(x) = x \cdot \ln x$ на интервале $(0; 2)$ равно

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} \cdot \ln \frac{1}{e} = -\frac{1}{e}.$$

Ответ: $-\frac{1}{e}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ИЛИ

14

Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x e^x$ на промежутке $[-2; 2]$.

Решение.

Функция $f(x)$ дифференцируема.

$$f'(x) = e^x + x \cdot e^x = e^x (1 + x).$$

Уравнение $e^x (x + 1) = 0$ на отрезке $[-2; 2]$ имеет единственный корень $x = -1$, причём $f'(x) < 0$ при $-2 \leq x < -1$, $f'(x) > 0$ при $-1 < x \leq 2$.

Значит, наименьшее значение функции $f(x) = x \cdot e^x$ на отрезке $[-2; 2]$ равно

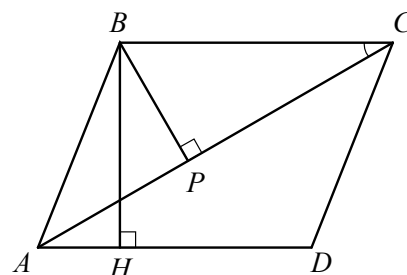
$$f(-1) = -e^{-1} = -\frac{1}{e}.$$

Ответ: $-\frac{1}{e}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15

Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует со стороной BC угол 30° . Из вершины B проведены перпендикуляр BH к стороне AD и перпендикуляр BP к диагонали AC . Найдите площадь параллелограмма, если $BH = 6$, $BP = 4$.



Решение.

Треугольник BPC прямоугольный с углом $BPC = 30^\circ$, значит $BC = 2BP = 8$. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна $S_{ABCD} = BH \cdot BC = 48$.

Ответ: 48.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Система оценивания выполнения всей работы

Максимальный балл за выполнение работы – 17.

Рекомендации по переводу первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–5	6–10	11–13	14–17