Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 331
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

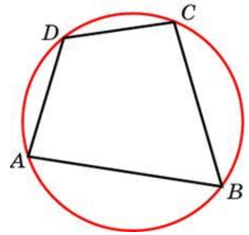
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны $82°$ и $58°$. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



2. В четырёхугольнике $ABCD$ с вершинами в точках $A(-3;-2)$, $B(2;-3)$, $C(9;6)$ и $D(4;7)$ найдите угол между диагоналями. Ответ дайте в градусах.

3. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

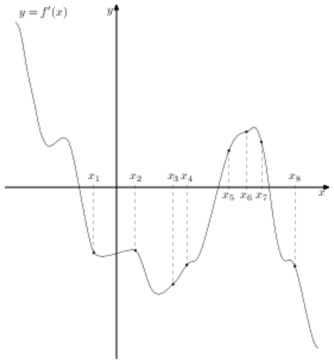
4. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 16. Результат округлите до сотых.

5. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

6. Решите уравнение $(x-12)^2 = -48x.$

7. Найдите значение выражения $49^{\log_7 \sqrt{5}}$

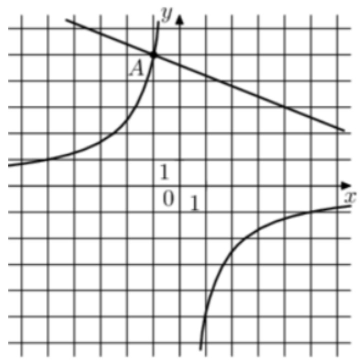
8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



9. Два тела, массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m – масса в килограммах, v – скорость в м/с. Найдите, под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось энергии не менее 50 джоулей.

10. Расстояние между городами A и B равно 470 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \dfrac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



12. Найдите наибольшее значение функции $y = 8\sin x - \dfrac{30}{\pi}x + 5$ на отрезке $\left[-\dfrac{5\pi}{6}; 0\right]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\left(\sin 2x-\sin x\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{-2\operatorname{ctg} x}\right)=0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi;-\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

14. Трапеция $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AD — диаметр нижнего основания цилиндра, а точки C и B лежат на окружности верхнего основания и хорда CB равна радиусу основания. Прямая AB образует с плоскостью основания цилиндра угол равный $\arccos\dfrac{2}{3}$.

а) Докажите, что в трапецию $ABCD$ можно вписать окружность.

б) Найдите угол между плоскостью основания цилиндра и плоскостью ABC.

15. Решите неравенство:

$$\log_{3x^2}\left(9x^5\right)-\log_3^2 x\le 2$$

16. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая—31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (т.е. за два года)?

17. На стороне AB и диагонали AC квадрата $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно, при этом $AM:MB=1:10,\quad AN:NC=6:5.$

а) Докажите, что точки A, M, N, D лежат на одной окружности.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей четырехугольника $AMND$ до прямой MN, если сторона квадрата равна 132.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left(4x+|x-a|-|3x+1|\right)^2-(a+1)\left(4x+|x-a|-|3x+1|\right)+1=0$$

имеет ровно два различных корня.

19. В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере два учащихся, а суммарно тест писал 51 учащийся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешел из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 вырасти в два раза?

б) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Мог ли первоначальный балл в школе №2 равняться 1?

в) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 331

1	122	Решение
2	45	Решение
3	166,5	Решение
4	0,03	Решение
5	0,3	Решение
6	– 12	Решение
7	5	Решение
8	5	Решение
9	60	Решение
10	70	Решение
11	– 0,4	Решение
12	26	Решение

13	а) $-\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \ k\in Z;$ б) $-\frac{7\pi}{3}.$	Решение
14	$\arccos\frac{\sqrt{6}}{4}.$	
15	$\left(0;\frac{1}{3}\right]\cup\left(\frac{\sqrt{3}}{3};1\right]\cup\left[\sqrt{3};\infty\right).$	Решение
16	2 622 050.	Решение
17	$\sqrt{61}.$	Решение
18	$(-\infty;-3)\cup\left(1;\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right).$	Решение
19	а) нет; б) нет; в) 3.	