

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10 - 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

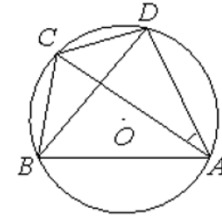
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

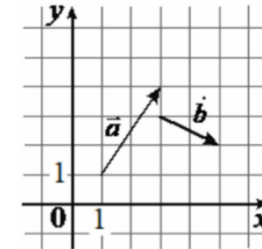
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений

- 1 Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 120° , угол ABD равен 43° . Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.



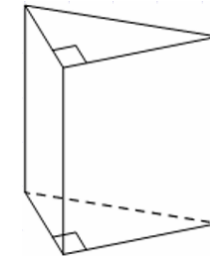
Ответ: _____.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 3\vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро призмы равно 5. Найдите объём призмы.



Ответ: _____.

- 4 Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

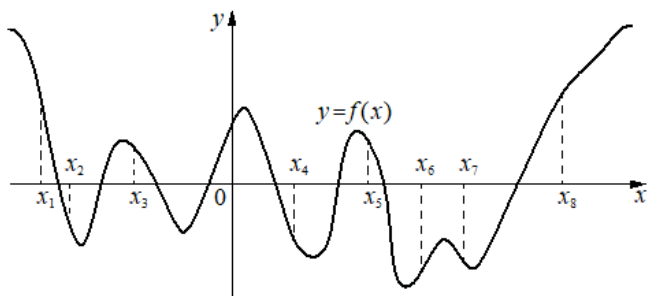
- 6 Решите уравнение $(x - 9)^2 = -36x$

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\log_{0,8} 7 \cdot \log_7 1,25$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

- 9 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 25^\circ\text{C}$, через радиатор пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,3 \text{ кг/с}$. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_B = 57^\circ\text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \cdot \frac{cm}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_B - T_n}{T - T_n}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, $\alpha = 1,4$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

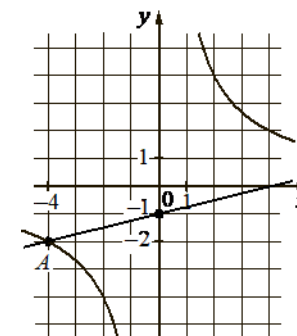
Ответ: _____.

- 10 В сосуд, содержащий 10 литров 14-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 4 литра воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.

Ответ: _____.



- 12 Найдите наибольшее значение функции

$$y = 2 \sin x - \frac{12x}{\pi} + 5 \text{ на отрезке } \left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right].$$

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\log_3 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \sin 2x + 81 \right) = 4$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$.

- 14 Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является параллелограмм. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причем $B_1 K : K C_1 = 1 : 2$, а $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3.
 а) Докажите, что N — середина BC .
 б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объем призмы $ABCA_1 B_1 C_1 D_1$ равен 12, а ее высота равна 2.

- 15 Решите неравенство $\frac{\log_3(x^2) - \log_5(x^2)}{\log_{15}^2(2x^2 - 6x + 4,5) + 1} \geq 0$

- 16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1 000 000 рублей на $(n + 1)$ месяц. Условия его возврата таковы:
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 — 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 — 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
 — к 15-му числу $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.
 Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тыс. руб.

- 17 Диагональ AC разбивает трапецию $ABCD$ с основанием AD и BC , из которых AD больше, на два подобных треугольника.

- а) Докажите, что $\angle ABC = \angle ACD$.
 б) Найдите отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, если известно, что $BC = 18$, $AD = 50$ и $\cos \angle CAD = \frac{3}{5}$

- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

- 19 На доске записано k последовательных натуральных чисел. Оказалось, что среди них чисел, делящихся на 20, меньше, чем чисел, делящихся на 23.

- а) Могло ли среди записанных чисел быть ровно три числа, делящихся на 20?
 б) Могло ли среди записанных чисел быть ровно десять чисел, делящихся на 20?
 в) Найдите наибольшее возможное значение k .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



| Номер задания | Правильный ответ |
|---------------|--|
| 1. | 77 |
| 2. | 8 |
| 3. | 120 |
| 4. | 0,08 |
| 5. | 0,15 |
| 6. | -9 |
| 7. | -1 |
| 8. | 2 |
| 9. | 33 |
| 10. | 10 |
| 11. | 8 |
| 12. | 14 |
| 13. | а) $\pi k, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z;$ б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{10\pi}{3}; -\frac{8\pi}{3}.$ |
| 14. | $\frac{5\sqrt{37}}{6}$ |
| 15. | $(-\infty; -1] \cup [1; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$ |
| 16. | 3% |
| 17. | $8\sqrt{13}$ |
| 18. | $(-5; -4) \cup (-4; -3)$ |
| 19. | а) да; б) нет; в) 139. |