



©ALEXLARIN\_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 539

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

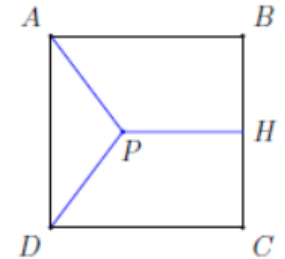
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Внутри квадрата ABCD взята точка P так, что расстояния от неё до вершин A и D, а также до стороны BC равны 10. Найдите площадь квадрата ABCD.

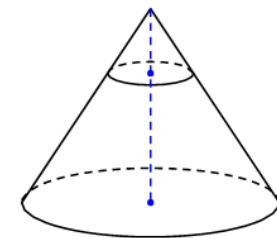


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , удовлетворяющие условию  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$  и  $|\vec{c}| = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Площадь полной поверхности конуса равна 108. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1 : 2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. На столе стоят две внешне одинаковые коробки. В первой лежит 8 хычинов с мясом и 2 с зеленью. Во второй — 2 хычина с мясом и 8 с зеленью. Профессор математики, твердо решивший похудеть до 80 кг к летнему отпуску, зажмуривается, чтобы обмануть совесть, выбирает наугад одну из коробок и достаёт один хычин. Откусив, он с ужасом (и тайной радостью) понимает, что это хычин с мясом. Найдите вероятность того, что этот мясной хычин был взят из первой коробки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Одиннадцатиклассник Иннокентий на ЕГЭ по математике пытается незаметно достать из левого носка шаргалку с формулами приведения. За аудиторией независимо друг от друга следят три инстанции: строгий организатор Марья Ивановна, дремлющий студент-наблюдатель Вадик и беспристрастная камера с искусственным интеллектом. Вероятность того, что Марья Ивановна заметит манёвр Иннокентия, равна 0,7. Для Вадика, увлечённого игрой в телефоне, эта вероятность равна 0,2, а для камеры нейросети — 0,8. Найдите вероятность того, что хитроумный план Иннокентия потерпит фиаско, то есть шаргалку заметит хотя бы один из наблюдателей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

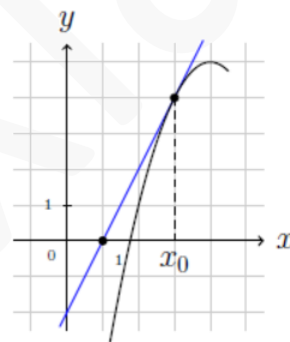
**6.** Решите уравнение  $\log_5(x^2 - 4x) = \log_5(2x - 5)$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Найдите значение выражения  $16 \cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{4\pi}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 0,5x^2 + f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

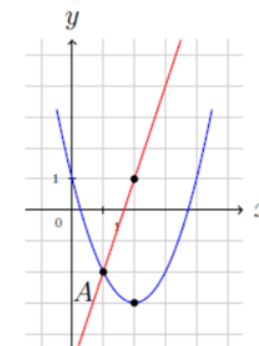
**9.** Боевая пенсионерка Антонина Макаровна варит легендарное вишнёвое варенье в подаренной внуком умной мультиварке. Температура сиропа (в градусах Цельсия) меняется по закону  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 25^{\circ}\text{C}$  — начальная температура,  $a = 8^{\circ}\text{C}/\text{мин}$ ,  $b = -0,2^{\circ}\text{C}/\text{мин}^2$ , а  $t$  — время в минутах с момента включения. Как только температура достигает  $100^{\circ}\text{C}$ , варенье стремительно «убегает», превращая кухню в липкий филиал ада. Найдите наибольшее время (в минутах), на которое Антонина Макаровна может оставить мультиварку без присмотра, чтобы спокойно досмотреть серию любимого турецкого сериала.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** Боевая пенсионерка Антонина Макаровна и её провинившийся внук Иннокентий ликвидируют последствия взрыва вишнёвого варенья на кухне. Работая вместе, они могут отмыть всё помещение за 12 часов. Иннокентий, движимый чувством вины и молодой энергией, в одиночку справился бы с этой катастрофой на 10 часов быстрее, чем Антонина Макаровна. За сколько часов Иннокентий отмоет кухню, если бабушка уйдёт досматривать турецкий сериал и оставит его работать одного?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** На рисунке изображены графики функций  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx + d$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 5^{|x-8|} + |x-8|^7 + \log_5(x^2 - 16x + 69) + 17$  на отрезке  $[5; 11]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

13. А) Решите уравнение  $\frac{2\cos^2 x - \sqrt{3}\sin 2x - 1}{\sqrt{-\cos x}} = 0$ .

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

14. В основании пирамиды  $SABCDEF$  лежит правильный шестиугольник  $ABCDEF$  со стороной 4. Точка  $S$  расположена вне плоскости основания так, что  $\cos \angle SBF = \cos \angle SBD = \frac{2\sqrt{3}}{5}$ , а объем пирамиды равен  $48\sqrt{3}$ .

- А) Докажите, что прямые  $SB$  и  $AC$  перпендикулярны.  
Б) Найдите расстояние между прямыми  $SB$  и  $AC$ .

15. Решите неравенство:  $\log_{x-3}(x^3 - 10x^2 + 31x - 30) \leq \log_{x-3}(x - 2)$ .

16. В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на шесть лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь 2028 года необходимо выплатить 200 000 рублей;
- в последующие пять лет (2029–2033) долг должен уменьшаться равномерно на одну и ту же величину каждый год по сравнению с июлем предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат составила 1 370 000 рублей.

17. Точки  $M$  и  $N$  — середины сторон соответственно  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$ . Прямая, проходящая через вершину  $A$ , пересекает отрезки  $MN$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно, причём в четырёхугольник  $BMKL$  можно вписать окружность.

- А) Докажите, что периметр треугольника  $AMK$  вдвое больше отрезка  $BL$ .  
Б) Найдите  $AL$ , если  $AB = 12, BC = 16, AC = 20$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^4 + a^4}{a^2 x^2} - \frac{3x^2 + 3a^2}{ax} + 4 = a$$

имеет ровно два различных решения.

19. На доске написано  $n$  различных натуральных чисел  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Обозначим их произведение через  $P$ , а их сумму через  $S$ .

- А) Может ли выполняться равенство  $P = 4S$ , если  $n = 3$ ?  
Б) Может ли выполняться равенство  $P = 4S$ , если  $n = 5$ ?  
В) Найдите все значения  $n$ , при которых может выполняться равенство  $P = 4S$ .

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**