Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 333
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Площадь параллелограмма равна 40, две его стороны равны 5 и 10. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

2. В треугольнике с вершинами в точках $A(2;8)$, $B(-1;5)$ и $C(3;1)$ найдите косинус угла A.

3. От треугольной пирамиды, объем которой равен 12, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.

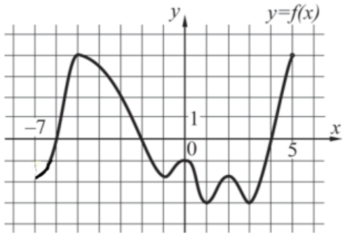
4. Какова вероятность того, что в случайном телефонном номере три последние цифры одинаковые?

5. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна $0{,}4$, а при каждом последующем — $0{,}6$. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее $0{,}98$?

6. Найдите корень уравнения $\log_{10}(3-x)=\log_{10}2$.

7. Найдите $3\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$

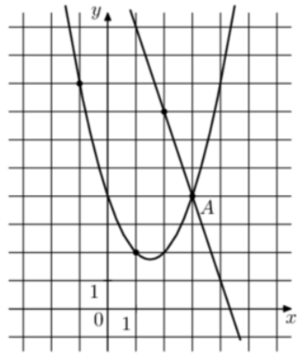
8. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-7;5)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



9. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f=30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\dfrac{1}{d_1}+\dfrac{1}{d_2}=\dfrac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

10. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

11. На рисунке изображены графики функций $f(x)=-3x+13$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



12. Найдите точку минимума функции $y=x\sqrt{x}-3x+1$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x+\sqrt{3}\cos^2 x+2\cos x+\sqrt{3}=0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В тетраэдре $ABCD$ ребро $AD=4$, а все остальные рёбра равны 7.

а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AD и BC.

15. Решите неравенство:

$$\log_{2x}0,25\le\log_2(32x)-1$$

16. Строительство нового завода стоит 159 млн. рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2+2x+6$ млн. рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн. рублей) за один год составит $px-\left(0,5x^2+2x+6\right)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. Цена продукции в первый год 10 тыс. рублей, а каждый следующий год увеличивается на 1 тыс. рублей. Через сколько лет окупится строительство завода?

17. Отрезок CH – высота прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C. На катетах AC и BC выбраны точки M и N соответственно такие, что $\angle MHN=90^\circ$.

а) Докажите, что треугольник MNH подобен треугольнику ABC.

б) Найдите CN, если $BC=2$, $AC=4$, $CM=1$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$a\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-9a+15=0$$

имеет ровно два различных решения.

19. В шахматы можно выиграть, проиграть или сыграть вничью. Шахматист записывает результат каждой сыгранной им партии и после каждой партии подсчитывает три показателя: «победы» — процент побед, округлённый до целого, «ничьи» — процент ничьих, округлённый до целого, и «поражения», равные разности 100 и суммы показателей «побед» и «ничьих». (Например, число $13{,}2$ округляется до 13, число $14{,}5$ округляется до 15, число $16{,}8$ округляется до 17).

а) Может ли в какой-то момент показатель «побед» равняться 17, если было сыграно менее 50 партий?

б) Может ли после выигранной партии увеличится показатель «поражений»?

в) Одна из партий была проиграна. При каком наименьшем количестве сыгранных партий показатель «поражений» может быть равным 1?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 333

1	8	Решение
2	0,6	Решение
3	3	Решение
4	0,01	Решение
5	5	Решение
6	1	Решение
7	– 1,5	Решение
8	0	Решение
9	36	Решение
10	8,4	Решение
11	– 3	Решение
12	4	Решение

13	а) $\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k; \quad k\in Z;$ б) $-\frac{7\pi}{6}; \quad -\frac{5\pi}{6}.$	Решение
14	$\frac{\sqrt{131}}{2}.$	
15	$\left[\frac{1}{8};\frac{1}{4}\right]\cup\left(\frac{1}{2};\infty\right).$	Решение
16	4.	Решение
17	1,5.	Решение
18	$\left\{0;\frac{5}{6}\right\}\cup(1;5).$	Решение
19	а) да; б) да; в) 51.	