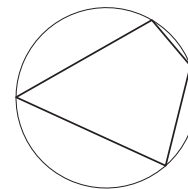


## Вариант №8

## Часть 1

- 1 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $65^\circ$  и  $41^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

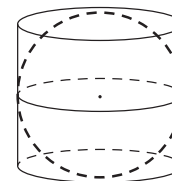


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-3; -9)$ ,  $\vec{b}(2; -5)$  и  $\vec{c}(3; -7)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 6. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В группе туристов 25 человек. Их вертолётном доставляют в труднодоступный район, перевозя по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Н. полетит первым рейсом вертолёта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В коробке 7 синих, 9 красных и 9 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: \_\_\_\_\_.

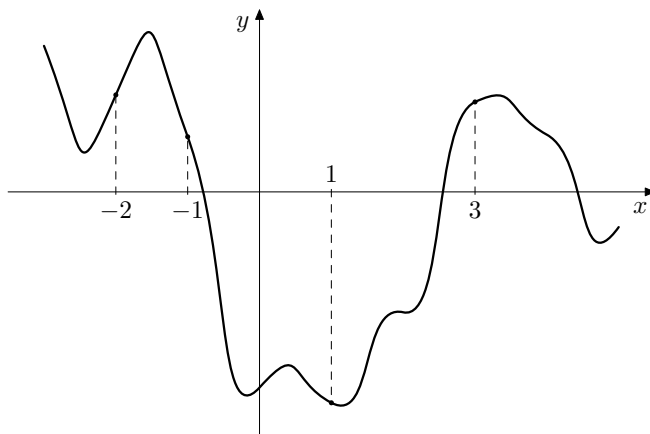
- 6 Решите уравнение  $\frac{7x}{3x^2 - 10} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\log_{16} \log_7 49$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-2, -1, 1, 3$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

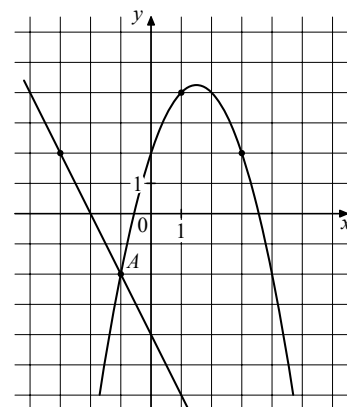
- 9 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы:  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1450$  К,  $a = -30$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 180$  К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 425 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 50 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -2x - 4$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите ординату точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = 4x - \ln(x + 3) + 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

- 13 а) Решите уравнение

$$\sin^2(x + \pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

- 14 В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Основание высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой ребра  $AB$ .

а) Докажите, что  $SA = SC$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $SAC$  и  $ABC$ , если  $AB = 30$ ,  $SC = 17$ ,  $CB = 24$ .

- 15 Решите неравенство

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1.$$

- 16 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,6S$	$0,4S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

- 17 Дана трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD$ , вписанная в окружность. Продолжение высоты трапеции  $BH$  пересекает окружность в точке  $K$ .

а) Докажите, что отрезки  $AC$  и  $AK$  перпендикулярны.

б) Найдите  $AD$ , если радиус описанной окружности равен 12, угол  $BAC$  составляет  $30^\circ$ , отношение площадей  $BCNH$  к  $NKH$  равно 8, где  $N$  – точка пересечения отрезков  $AD$  и  $CK$ .

- 18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{4x^2 - (4a + 2)x + 2a}$$

имеет один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

- 19 Даны три различных натуральных числа такие, что второе число равно сумме цифр первого, а третье – сумме цифр второго.

а) Может ли сумма трёх чисел быть равной 2022?

б) Может ли сумма трёх чисел быть равной 2021?

в) Сколько существует троек чисел, таких что: первое число – трёхзначное, а последнее равно 2?