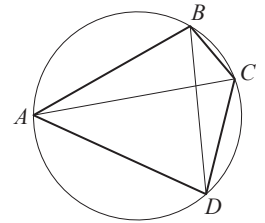


## Вариант №42

## Часть 1

- 1 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $120^\circ$ , угол  $ABD$  равен  $43^\circ$ . Найдите угол  $CAD$ . Ответ дайте в градусах.

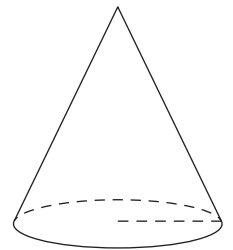


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-4; 14)$  и  $\vec{b}(-9; 0)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 9 раз, а радиус основания останется прежним?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В группе туристов 24 человека. Их вертолёт доставляет в труднодоступный район, перевозя по 3 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист К. полетит пятым рейсом вертолёта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» выиграет жребий ровно один раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

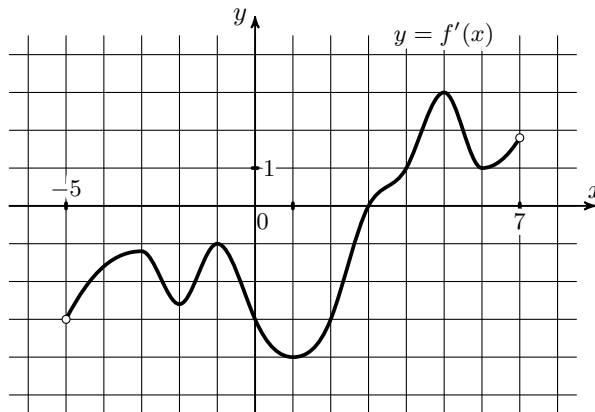
- 6 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{4x-8} = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $7^{3\sqrt{5}+1} \cdot 7^{3+\sqrt{5}} : 7^{4\sqrt{5}+3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 7)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-4; 5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

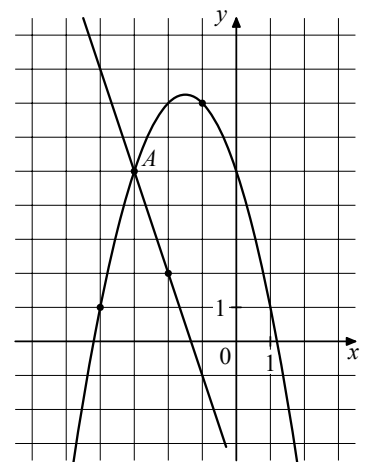
- 9 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 267$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 3 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 315$  м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Саша и Наташа пропалывают грядку за 12 минут, а одна Наташа — за 48 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Саша?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -3x - 4$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 10x + 10)e^{19-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

- 14 На рёбрах  $AC$ ,  $AD$ ,  $BD$  и  $BC$  тетраэдра  $ABCD$  отмечены точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $AK : KC = 3 : 7$ . Четырёхугольник  $KLMN$  – квадрат со стороной 3.

- а) Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны.  
 б) Найдите расстояние от вершины  $B$  до плоскости  $KLM$ , если объём тетраэдра  $ABCD$  равен 100.

- 15 Решите неравенство

$$\log_3 \left( \frac{1}{x} - 1 \right) + \log_3 \left( \frac{1}{x} + 1 \right) \leq \log_3(8x - 1).$$

- 16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равны;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 833,8 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2027 году?

- 17 Диагонали равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  перпендикулярны. Окружность с диаметром  $AD$  пересекает боковую сторону  $CD$  в точке  $M$ , а окружность с диаметром  $CD$  пересекает основание  $AD$  в точке  $N$ . Отрезки  $AM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $P$ .

- а) Докажите, что в четырёхугольник  $ABCP$  можно вписать окружность.  
 б) Найдите радиус этой окружности, если  $BC = 7$ ,  $AD = 23$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a + 1| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

- 19 Из правильной несократимой дроби  $\frac{a}{b}$ , где  $a$  и  $b$  – натуральные числа, за один ход получают дробь  $\frac{a+b}{b+2a}$ .

- а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби  $\frac{2}{3}$  получить дробь  $\frac{29}{41}$ ?  
 б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь  $\frac{6}{7}$ ?  
 в) Несократимая дробь  $\frac{c}{d}$  больше 0,7. Найдите наименьшую дробь  $\frac{c}{d}$ , которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?