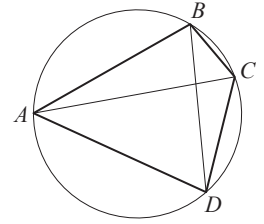


Вариант №41

Часть 1

- 1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 138° , угол ABD равен 70° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.

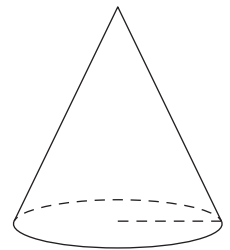


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(-7; -3)$ и $\vec{b}(-8; 0)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

- 3 Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 6 раз, а радиус основания останется прежним?



Ответ: _____.

- 4 В группе туристов 30 человек. Их вертолётom доставляют в труднодоступный район, перевозя по 3 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Г. полетит вторым рейсом вертолётa.

Ответ: _____.

- 5 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Химик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Химик» выиграет жребий ровно один раз.

Ответ: _____.

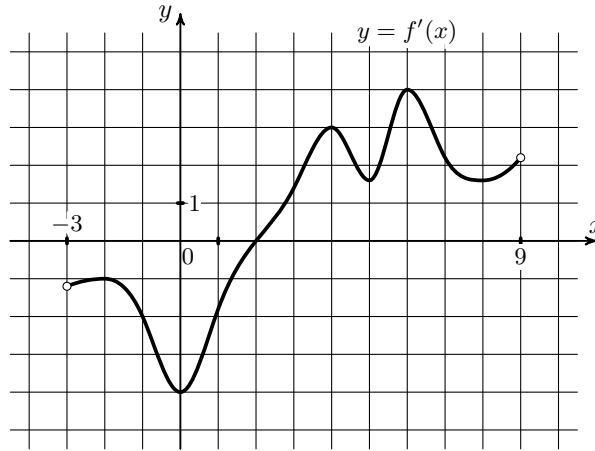
- 6 Найдите корень уравнения $\frac{1}{4x-4} = 5$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $6^{3\sqrt{8}+2} \cdot 6^{4-2\sqrt{8}} : 6^{\sqrt{8}+4}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 9)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-2; 7]$.



Ответ: _____.

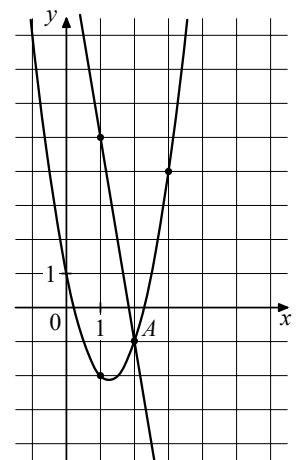
- 9 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

- 10 Даша и Маша пропалывают грядку за 45 минут, а одна Маша — за 72 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = -6x + 11$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 15x + 15)e^{5-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

- 13 а) Решите уравнение

$$\sin 2x + 2 \sin^2 x = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

- 14 На рёбрах AC , AD , BD и BC тетраэдра $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $AK : KC = 2 : 3$. Четырёхугольник $KLMN$ – квадрат со стороной 2.

- а) Докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны.
б) Найдите расстояние от вершины B до плоскости KLM , если объём тетраэдра $ABCD$ равен 25.

- 15 Решите неравенство

$$\log_2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \log_2 \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \leq \log_2(27x - 1).$$

- 16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равны;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 499,2 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2027 году?

- 17 Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M , а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N . Отрезки AM и CN пересекаются в точке P .

- а) Докажите, что в четырёхугольник $ABCP$ можно вписать окружность.
б) Найдите радиус этой окружности, если $BC = 7$, $AD = 17$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

- 19 Из правильной несократимой дроби $\frac{a}{b}$, где a и b – натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.

- а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{1}{3}$ получить дробь $\frac{22}{31}$?
б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{7}{12}$?
в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ больше 0,7. Найдите наименьшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за два таких хода?