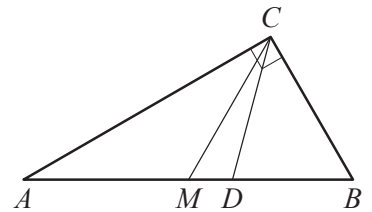


## Вариант №40

### Часть 1

- 1 Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника равен  $69^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

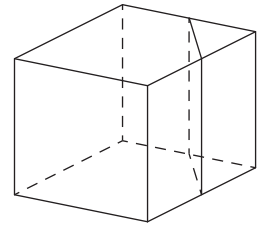


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-5; -3)$ ,  $\vec{b}(31; -9)$  и  $\vec{c}(27; -16)$ . Найдите значение выражения  $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Объём куба равен 96. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Великобритании и 3 прыгуна из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать девятым будет выступать прыгун из Канады.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,4. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

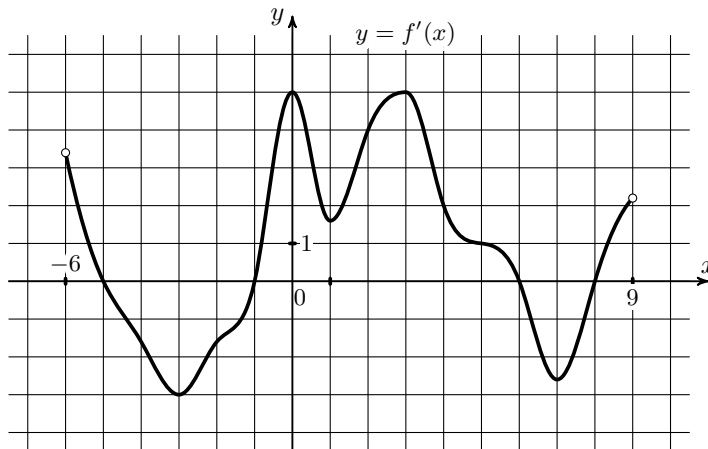
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_2(10 + x) = \log_2 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $(\sqrt{7} - \sqrt{18})(\sqrt{7} + \sqrt{18})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 9)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: \_\_\_\_\_.

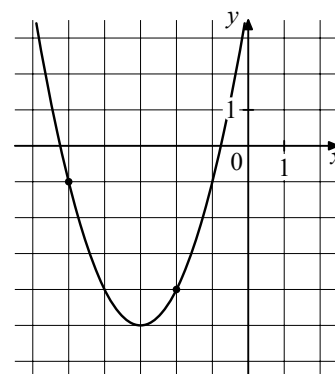
9 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 75$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 150 до 250 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было четким. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 75 км/ч и 55 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 750 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + 4$ . Найдите  $f(-8)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x + 4)^4 - 4x$  на отрезке  $[-3; 5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

- 13 а) Решите уравнение

$$4 \cos^4 x - 4 \cos^2 x + 1 = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ .

- 14 В правильном тетраэдре  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $AB$  и  $CD$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  перпендикулярна прямой  $MN$  и пересекает ребро  $BC$  в точке  $K$ .

- а) Докажите, что прямая  $MN$  перпендикулярна рёбрам  $AB$  и  $CD$ .  
 б) Найдите площадь сечения тетраэдра  $ABCD$  плоскостью  $\alpha$ , если известно, что  $BK = 1$ ,  $KC = 5$ .

- 15 Решите неравенство

$$\frac{4^x - 2^{x+4} + 30}{2^x - 2} + \frac{4^x - 7 \cdot 2^x + 3}{2^x - 7} \leq 2^{x+1} - 14.$$

- 16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия возврата таковы:  
 – 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 – со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 – 15-го числа каждого месяца с 1-го по 12-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;  
 – к 15-му числу 13-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 804 тысячи рублей?

- 17 Точка  $E$  – середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . На стороне  $AB$  взяли точку  $K$  так, что прямые  $CK$  и  $AE$  параллельны. Отрезки  $CK$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ .

- а) Докажите, что  $CO = KO$ .  
 б) Найдите отношение оснований трапеции  $BC$  и  $AD$ , если площадь треугольника  $BCK$  составляет  $\frac{4}{121}$  площади трапеции  $ABCD$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 7x - y + 4) \cdot \sqrt{x - y + 4} = 0, \\ y = -x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

- 19 Ваня написал на доске трёхзначное число  $A$ . Петя переписал это число  $A$ , вычеркнул из него одну цифру и получил двузначное число  $B$ . Коля тоже переписал это число  $A$ , вычеркнул из него одну цифру (возможно, ту же самую, что и Петя) и получил двузначное число  $C$ .

- а) Может ли быть верным равенство  $A = B \cdot C$ , если  $A > 140$ ?  
 б) Может ли быть верным равенство  $A = B \cdot C$ , если  $440 \leq A < 500$ ?  
 в) Найдите наибольшее  $A$  до 900, для которого может быть верным равенство  $A = B \cdot C$ .