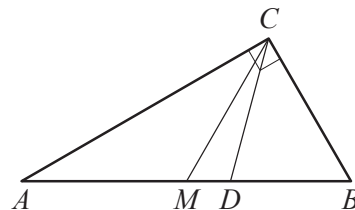


Вариант №39

Часть 1

1

Острый угол B прямоугольного треугольника равен 79° . Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

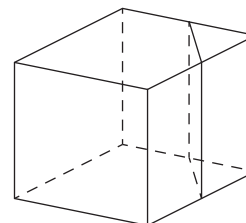
2

Даны векторы $\vec{a}(-4; 1)$, $\vec{b}(10; 6)$ и $\vec{c}(-2; 13)$. Найдите значение выражения $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c})$.

Ответ: _____.

3

Объём куба равен 52. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: _____.

4

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Италии и 6 прыгунов из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвертым будет выступать прыгун из Италии.

Ответ: _____.

5

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

6

Найдите корень уравнения $\log_9(6 + x) = \log_9 2$.

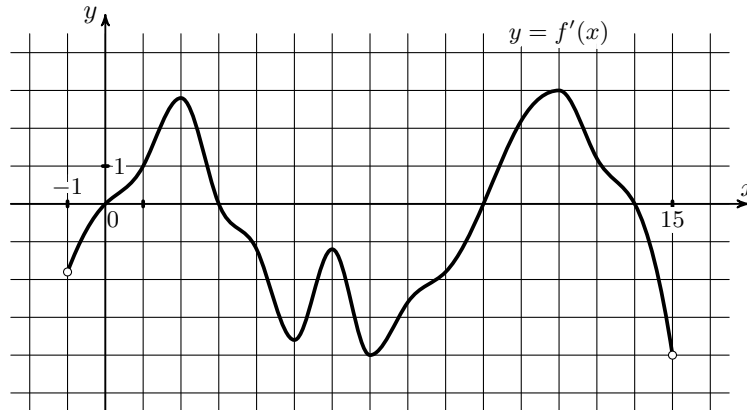
Ответ: _____.

7

Найдите значение выражения $(\sqrt{3} - \sqrt{15})(\sqrt{3} + \sqrt{15})$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1; 15)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

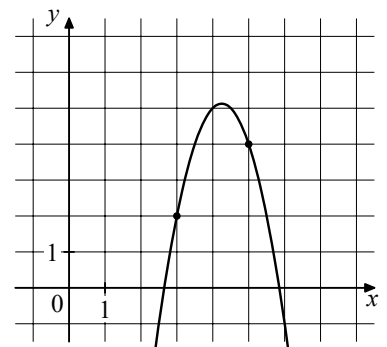
- 9 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 56$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 100 до 125 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 80 до 105 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было четким. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 10 По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 70 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 150 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 12 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx - 31$. Найдите $f(2)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 3)^4 - 4x$ на отрезке $[-2; 5; 0]$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$16 \cos^4 x - 24 \cos^2 x + 9 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 3\pi]$.

14 В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N – середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K .

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD .

б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если известно, что $BK = 1$, $KC = 3$.

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

17 Точка E – середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O .

а) Докажите, что $CO = KO$.

б) Найдите отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{100}$ площади трапеции $ABCD$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Ваня написал на доске трёхзначное число A . Петя переписал это число A , вычеркнул из него одну цифру и получил двузначное число B . Коля тоже переписал это число A , вычеркнул из него одну цифру (возможно, ту же самую, что и Петя) и получил двузначное число C .

а) Может ли быть верным равенство $A = B \cdot C$, если $A > 150$?

б) Может ли быть верным равенство $A = B \cdot C$, если $540 \leq A < 600$?

в) Найдите наибольшее число A , для которого может быть верным равенство $A = B \cdot C$.