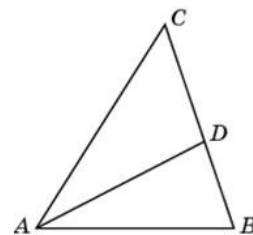


## Вариант №37

## Часть 1

1

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $54^\circ$ ,  $AD$  — биссектриса, угол  $CAD$  равен  $19^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

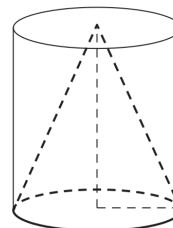
2

Найдите длину вектора  $\vec{a}(24; 7)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 45. Найдите объём цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 5 из Бельгии, 3 из Финляндии и 7 из Испании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым окажется доклад учёного из Финляндии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

В коробке 6 синих, 10 красных и 9 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Найдите корень уравнения  $\sqrt[5]{x-3} = -2$ .

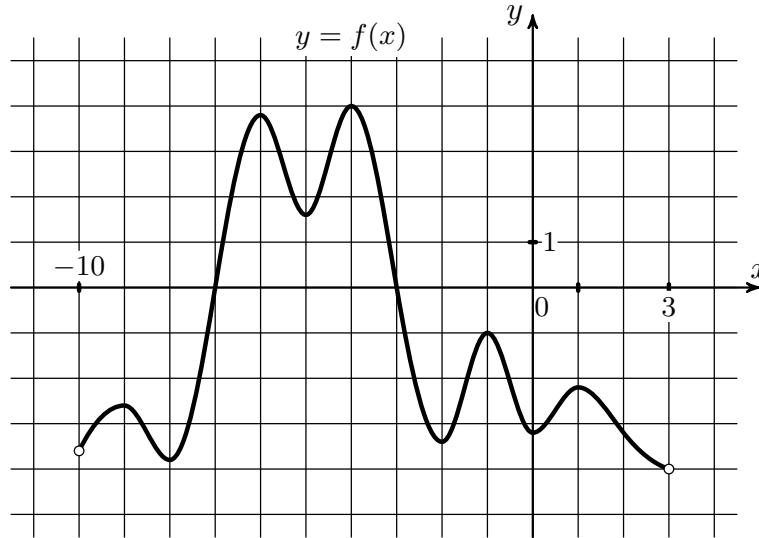
Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Найдите значение выражения  $\frac{36^{4,9}}{6^{7,8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 3)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-7; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

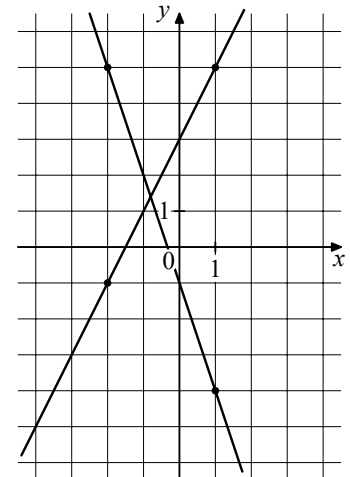
- 9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 20 мг. Период его полураспада составляет 2 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 2,5 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Первый час автомобиль ехал со скоростью 105 км/ч, следующие три часа — со скоростью 60 км/ч, а затем три часа — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \sin x - 9x + 3$  на отрезке  $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \sqrt{2} \cos \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ \frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$ .

14 В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AB$ . Точка  $P$  делит ребро  $AB$  в отношении  $AP : PB = 1 : 3$ , а точка  $Q$  – середина ребра  $A_1C_1$ . Через середину  $M$  ребра  $BC$  провели плоскость  $\alpha$ , перпендикулярную отрезку  $PQ$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит ребро  $AC$  пополам.

б) Найдите отношение, в котором плоскость  $\alpha$  делит ребро  $A_1C_1$ , считая от точки  $A_1$ , если известно, что  $AB = AA_1$ ,  $AB : BC = 2 : 5$ .

15 Решите неравенство

$$3 \log_{11} (x^2 + 8x - 9) \leq 4 + \log_{11} \frac{(x-1)^3}{x+9}.$$

16 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 47 млн рублей?

17 В равнобедренной трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ .

а) Докажите, что высота  $CH$  трапеции разбивает основание  $AD$  на отрезки, один из которых втрое больше другого.

б) Пусть  $O$  – точка пересечения диагоналей трапеции  $ABCD$ . Найдите расстояние от вершины  $C$  до середины отрезка  $OD$ , если  $BC = 16$  и  $AB = 10$ .

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{x+4}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.

а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?

б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет по 1 рублю нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?