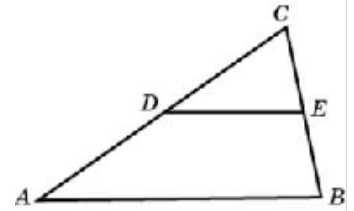


## Вариант №32

## Часть 1

- 1 Площадь треугольника  $ABC$  равна 36,  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .

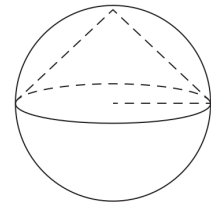


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-23; 9)$ ,  $\vec{b}(-16; 0)$  и  $\vec{c}(-5; 1)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + \vec{b} - 9\vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 156. Найдите объём конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей: 37 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В коробке 7 синих, 3 красных и 5 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: \_\_\_\_\_.

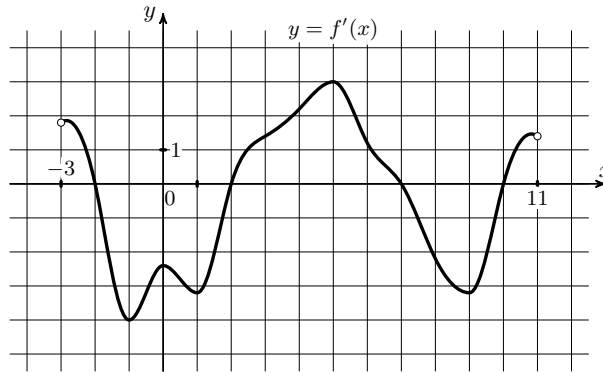
- 6 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2+x} = 27$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{5(\sin^2 85^\circ - \cos^2 85^\circ)}{\cos 170^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: \_\_\_\_\_.

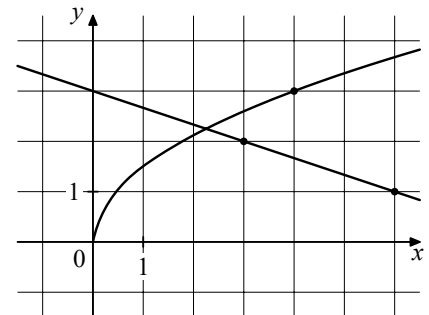
- 9 Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 4$  моля воздуха объёмом  $V_1 = 72$  л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма  $V_2$  (в л). Работа  $A$  (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ , где  $\alpha = 14,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какой объём  $V_2$  будет занимать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 35 760 Дж. Ответ дайте в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 58 часов после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 17) e^{x-16}$  на отрезке  $[15; 17]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin x} - 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит трапеция  $ABCD$  с большим основанием  $AD$ . Диагонали трапеции пересекаются в точке  $O$ . Точки  $M$  и  $N$  – середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $M$  и  $N$  параллельно прямой  $SO$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $\alpha$  является трапецией.

б) Найдите площадь сечения пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $\alpha$ , если  $AD = 7$ ,  $BC = 5$ ,  $SO = 4$ , а прямая  $SO$  перпендикулярна прямой  $AD$ .

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x^2 - \log_5 x^2}{\log_{15}^2 (2x^2 - 6x + 4,5) + 1} \geq 0.$$

16 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 250 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Найдите  $r$ , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 150 000 рублей, а во второй год – 180 000 рублей.

17 Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.

б) Пусть  $L$  – точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите длину отрезка  $AL$ , если радиус большей окружности равен 10, а  $BC = 16$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1-2x} \cdot \ln(25x^2 - a^2) = \sqrt{1-2x} \cdot \ln(5x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

19 В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 46 %.

а) Может ли в этом классе быть 9 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 55 %, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?