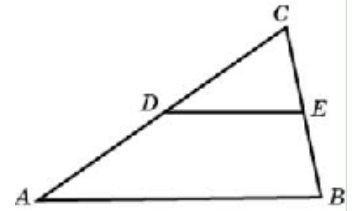


Вариант №31

Часть 1

- 1 Площадь треугольника ABC равна 40, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABED$.

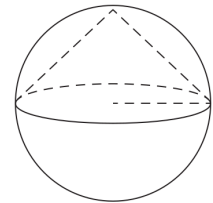


Ответ: _____.

- 2 Даны векторы $\vec{a}(-21; 5)$, $\vec{b}(0; 11)$ и $\vec{c}(-7; 4)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3 Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём шара равен 128. Найдите объём конуса.



Ответ: _____.

- 4 В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей: 34 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 6 синих, 12 красных и 7 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: _____.

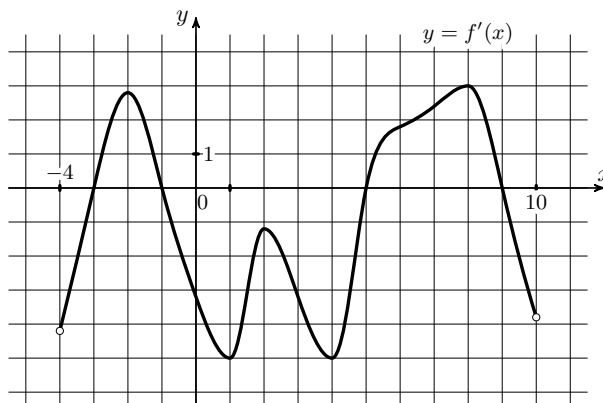
- 6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^{2+x} = 25$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{25(\sin^2 77^\circ - \cos^2 77^\circ)}{\cos 154^\circ}$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

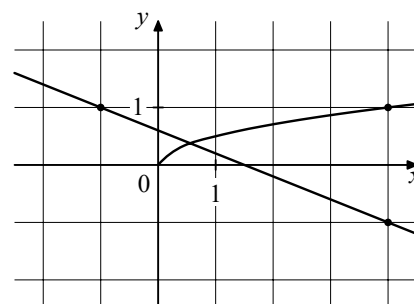
- 9 Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха объёмом $V_1 = 120$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 (в л). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 8,7 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 будет занимать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10 440 Дж. Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

- 10 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 18 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 31 час после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .



Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 14) e^{x-13}$ на отрезке $[12; 14]$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x} + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с большим основанием AD . Диагонали трапеции пересекаются в точке O . Точки M и N – середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO .

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α , если $AD = 10$, $BC = 8$, $SO = 8$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD .

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2 x^2 - \log_3 x^2}{\log_6^2(2x^2 - 10x + 12,5) + 1} \geq 0.$$

16 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
- Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 260 000 рублей, а во второй год – 169 000 рублей.

17 Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.

б) Пусть L – точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите длину отрезка AL , если радиус большей окружности равен 34, а $BC = 32$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2-3x} \cdot \ln(16x^2 - a^2) = \sqrt{2-3x} \cdot \ln(4x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19 В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 21 %.

а) Может ли в этом классе быть 5 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 30 %, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?