

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

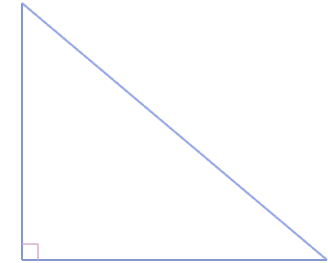
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

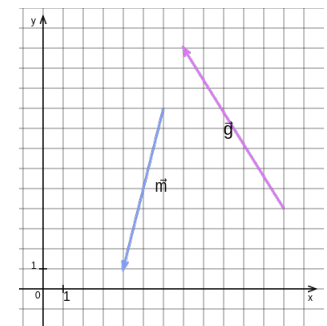
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике FXM угол F равен 90° , $\sin X = 0,1$. Найдите $\cos M$.



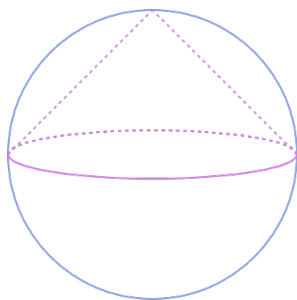
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{m} и \vec{g} . Найдите скалярное произведение $\vec{m} \cdot \vec{g}$



Ответ: _____.

- 3** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Объём шара равен 100. Найдите объём конуса.



Ответ: _____.

- 4** В случайном эксперименте симметричную монету бросают 3 раза. Какова вероятность того, что решка выпадет более одного раза?

Ответ: _____.

- 5** Помещение освещается двумя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,14. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года все лампы перегорят.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$7 - 5^{\log_{125} 5x+7} = 0$$

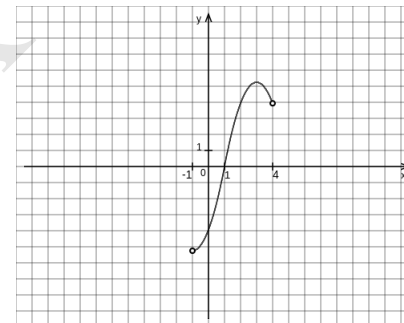
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения:

$$-\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81} + \log_3 \frac{1}{27}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1; 4)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

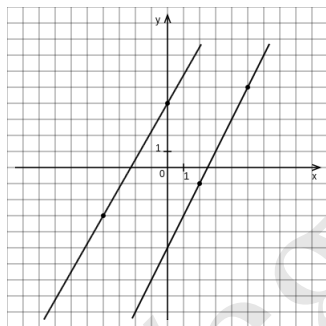
- 9** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 249$ м - начальный уровень воды, $a = \frac{1}{249} \frac{\text{М}}{\text{МИН}^2}$ и $b = -2 \frac{\text{М}}{\text{МИН}}$, t - время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

Ответ: _____.

- 10** Вторая труба пропускает на 1 литр в минуту больше, чем первая. Сколько литров жидкости в минуту пропускает вторая труба, если бойлер объёмом 48 литров она опустошает на 1,6 минуты быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{37x} - 37e^x - 84$ на отрезке $[-3; 60]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

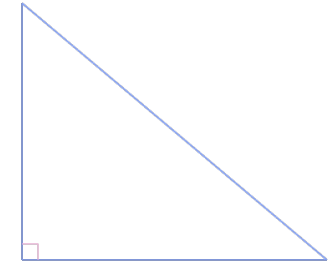
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

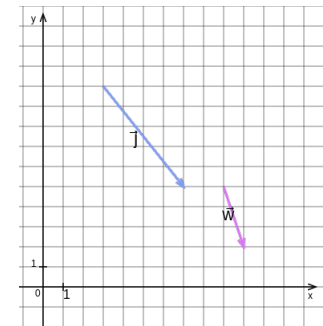
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике IBT угол I равен 90° , $\operatorname{tg} B = 0,2$. Найдите $\operatorname{ctg} T$.



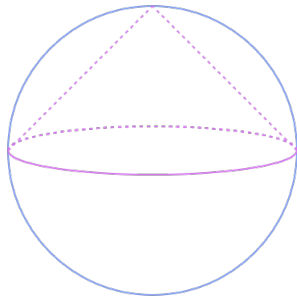
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{j} и \vec{w} . Найдите скалярное произведение $\vec{j} \cdot \vec{w}$



Ответ: _____.

- 3** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Объём шара равен 200. Найдите объём конуса.



Ответ: _____.

- 4** В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Какова вероятность того, что орёл выпадет более одного раза?

Ответ: _____.

- 5** Помещение освещается двумя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,1. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы 1 лампа перегорит.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$4 - 4^{\log_4(2x-8)} = 0$$

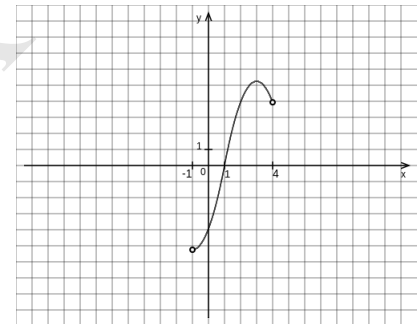
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} + \log_4 \frac{1}{1024}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1; 4)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

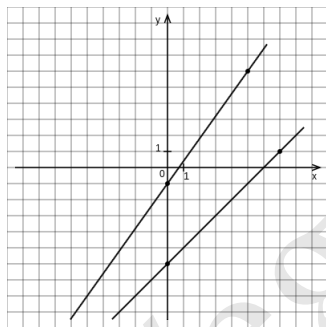
- 9** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 14,6$ м - начальный уровень воды, $a = \frac{1}{365} \frac{\text{М}}{\text{МИН}^2}$ и $b = -\frac{2}{5} \frac{\text{М}}{\text{МИН}}$, t - время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

Ответ: _____.

- 10 Первый шланг прокачивает на 21 литр в минуту меньше, чем второй. Сколько литров жидкости в минуту прокачивает второй шланг, если бассейн объёмом 816 литров первый шланг опустошает на 11,2 минуты дольше?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{82x} - 82e^x - 91$ на отрезке $[-77; 23]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

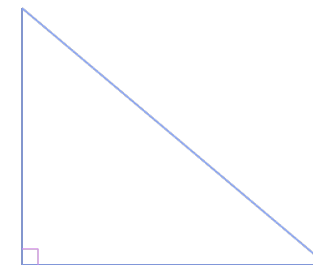
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

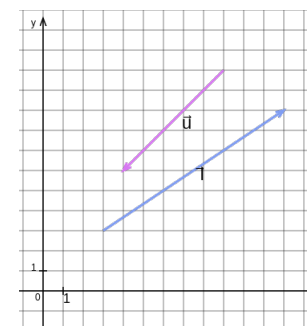
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике $GМН$ угол $М$ равен 90° , $\sin G = 0,3$. Найдите $\cos H$.



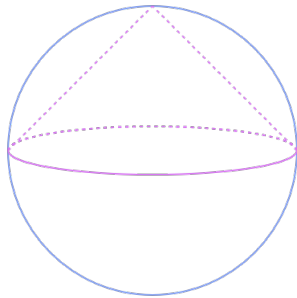
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{l} и \vec{u} . Найдите скалярное произведение $\vec{l} \cdot \vec{u}$



Ответ: _____.

- 3** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Объём шара равен 300. Найдите объём конуса.



Ответ: _____.

- 4** В случайном эксперименте симметричную монету бросают 3 раза. Какова вероятность того, что орёл выпадет ровно три раза?

Ответ: _____.

- 5** Помещение освещается двумя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,38. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года все лампы перегорят.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$5^{\log_{3125}(-3x+5)} = 2$$

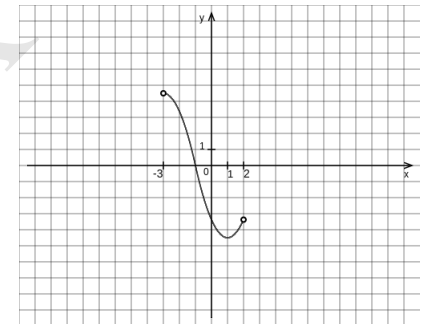
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения:

$$-\log_4 \frac{1}{64} + \log_{\frac{1}{4}} 1024$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 2)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

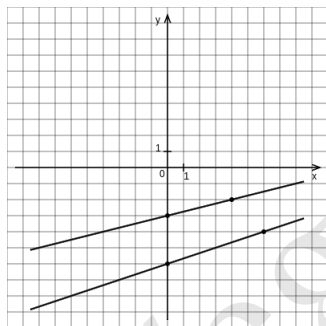
- 9** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 59,375$ м - начальный уровень воды, $a = \frac{1}{342} \frac{\text{М}}{\text{МИН}^2}$ и $b = -\frac{5}{6} \frac{\text{М}}{\text{МИН}}$, t - время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

Ответ: _____.

- 10 Первый шланг прокачивает на 5 литров в минуту меньше, чем второй. Сколько литров воды в минуту прокачивает первый шланг, если известно, что бак объёмом 765 литров второй шланг заполняет на 1,7 минуты быстрее?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{25x} - 25e^x - 48$ на отрезке $[-11; 84]$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

- 14 В тетраэдре $ABCD$ на рёбрах AB и BC отмечены точки K и T соответственно так, что $\frac{BT}{TC} = \frac{KB}{KA} = 2$. А серединами рёбер CD и AD соответственно являются точки Q и P .

- а) Доказать, что точка P принадлежит плоскости QKT .
б) Найти отношение объёмов многогранников, на которые плоскость PQK разбивает тетраэдр.

- 15 Решите неравенство

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 - 9}.$$

- 16 В июне 2025 года планируется взять кредит в банке на S рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по май каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 106964 рубля, то кредит будет погашен за два года, а если по 58564 рубля, то будет погашен за 4 года. Найдите r .

17 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD серединой стороны CD является точка M . А на стороне AB отмечена точка K так, что $KC \parallel MA$. Известно, что $BM \cap KC = O$.

а) Доказать, что $OK = OC$.

б) Известно, что $\frac{S_{KCB}}{S_{ABCD}} = 0,09$. Найти $\frac{BC}{AD}$.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x-1} \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \ln(5x+a)$$

имеет ровно один корень на $[0; 1]$.

19 Выписано 30 различных чётных натуральных чисел, каждое из которых не оканчивается на 0, на 4 или на 8. Если сложить все числа, то получится 2454.

а) Может ли быть так, что количество чисел, оканчивающихся на одну и ту же цифру одинаковое?

б) Может ли быть на доске только одно число, которое оканчивается на 6?

в) Найдите наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, которые могут быть выписаны.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.