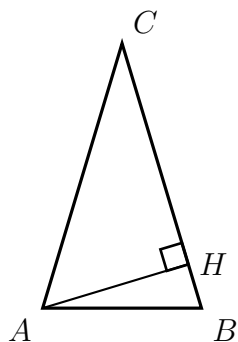


Тренировочная работа № 18

Часть № 1

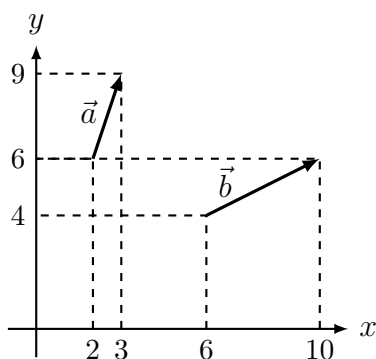
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В треугольнике ABC известно, что $AC = BC = 4$, угол C равен 30° . Найдите высоту AH .



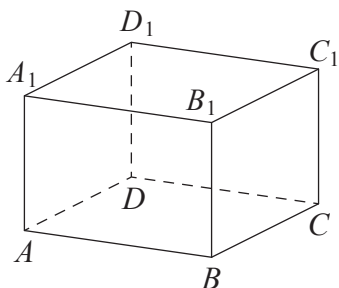
Ответ _____

- 2 Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



Ответ _____

- 3 Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. Ответ дайте в градусах.



Ответ _____

- 4 Какова вероятность того два случайных телефонных номера оканчиваются одной и той же цифрой?

Ответ _____

- 5 Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 2».

Ответ _____

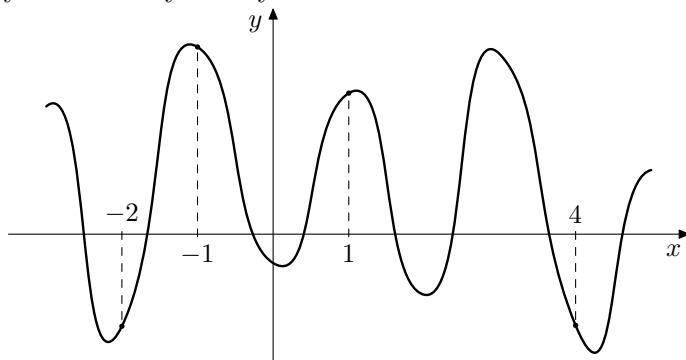
6 Найдите корень уравнения $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

Ответ _____

7 Найдите значение выражения $(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$ при $x = 80$.

Ответ _____

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ _____

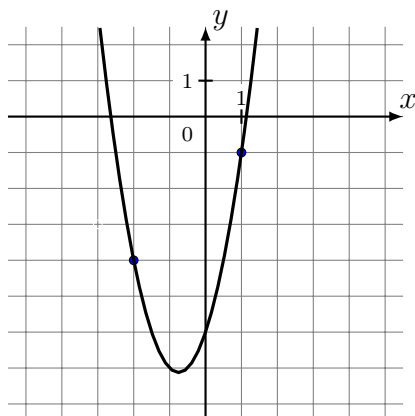
9 Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $v = 3$ моля воздуха объёмом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10350 Дж.

Ответ _____

10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ _____

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx - 6$. Найдите $f(-6)$.



Ответ _____

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - \ln(9x) + 3$ на отрезке $\left[\frac{1}{18}; \frac{5}{18}\right]$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $2 \cos^2 \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) + \sqrt{3} \sin x = 0$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.
- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка K — делит сторону SC в отношении $\frac{1}{2}$, считая от вершины S , точка N делит сторону SB в отношении $\frac{1}{2}$, считая от вершины S . Через точки N и K параллельно SA проведена плоскость ω .
- а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью ω параллельно прямой BC .
- б) Найдите расстояние от точки B до плоскости ω , если известно, что $SA = 9$, $AB = 6$.
- 15 Решите неравенство $\frac{\log_5(3x - 13)}{\log_5(x - 4)} \geq 1$.
- 16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1100 тысяч рублей на 16 месяцев. Условия возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 - 15-го числа 15-го месяца долг составит 500 тысяч рублей;
 - к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите r , если общая сумма выплат после полного погашения кредита равна 1228 тысяч рублей.
- 17 В остроугольном треугольнике ABC провели высоту CC_1 и медиану AA_1 . Оказалось, что точки A, A_1, C и C_1 лежат на одной окружности.
- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AA_1 : CC_1 = 5 : 4$ и $A_1C_1 = 4$.
- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
- $$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$
- имеет единственное решение.
- 19 Последовательность натуральных чисел (a_n) состоит из 400 членов. Каждый член последовательности, начиная со второго, либо вдвое больше предыдущего, либо на 98 меньше предыдущего.
- а) Может ли последовательность (a_n) содержать ровно 5 различных чисел?
- б) Чему может равняться a_1 , если $a_{100} = 75$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать наибольший член последовательности (a_n) ?