

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

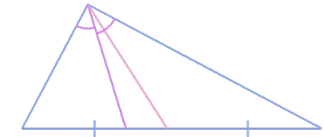
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Большой острый угол прямоугольного треугольника равен  $67^\circ$ . Найдите величину угла между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{h}(4; 7)$  и  $\vec{j}(0; -1)$ . Найдите скалярное произведение векторов  $-2\vec{h} + 2\vec{j}$  и  $-4\vec{h} - \vec{j}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Во сколько раз увеличится объём куба, если его ребро увеличить в 9 раз?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Перед началом волейбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» выигрывает жребий не более двух раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Вероятность того, что на контрольной работе по физике школьник Й. верно решит больше 9 задач, равна 0,67. Вероятность того, что Й. верно решит больше 8 задач, равна 0,78. Найдите вероятность того, что Й. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\log_8(-53 - x) = 4$$

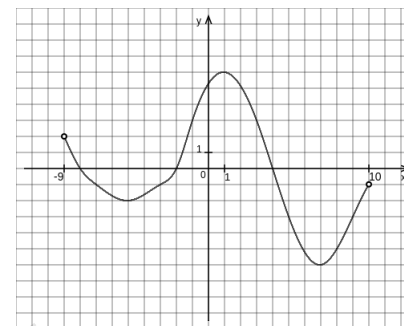
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\log_9 36 + \log_9 20,25$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 10)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-7; 9]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

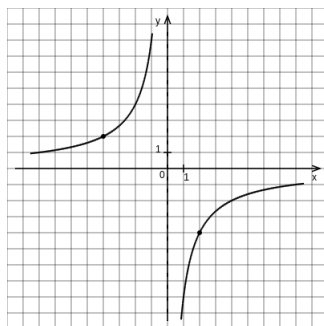
- 9 Машина, движущийся по селу со скоростью  $v_0 = 62$  км / ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 4$  км / ч<sup>2</sup>. Расстояние (в км) от машины до села вычисляется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  – время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого машина будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 8100 км от села. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Моторная лодка прошла против течения реки и вернулась в пункт отправления. На сколько меньше времени затратила лодка на обратный путь, если суммарное пройденное лодкой расстояние составляет 224 км, скорость течения составляет 2 км/ч, при этом скорость лодки в неподвижной воде составляет 6 км/ч?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите  $f(1)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 10)e^{x+11}$  на отрезке  $[-12; -10]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

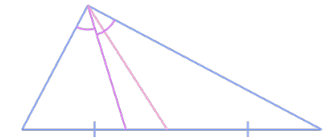
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен  $20^\circ$ . Найдите больший острый угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{c}(-4; -2)$  и  $\vec{a}(-7; 3)$ . Найдите скалярное произведение векторов  $2\vec{c} + 3\vec{a}$  и  $-3\vec{c} - 2\vec{a}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Во сколько раз уменьшили площадь поверхности куба, если его объём уменьшился в 64 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Перед началом хоккейного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет четыре матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» проиграет жребий ровно один раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Вероятность того, что на контрольной работе по химии школьник В. верно решит больше 8 задач, равна 0,66. Вероятность того, что В. верно решит больше 7 задач, равна 0,7. Найдите вероятность того, что В. верно решит ровно 8 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$1 - \log_6(-22 + x) = 0$$

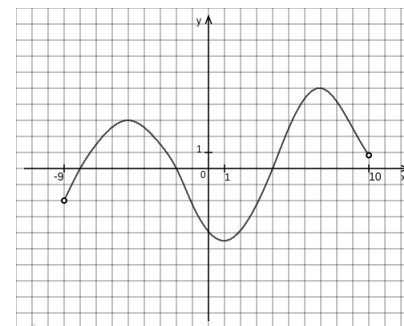
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\log_5 0,25 + \log_5 100$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 10)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-8; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

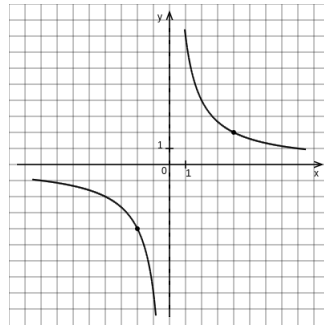
- 9 Электросамокат, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 48$  м / с, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 16$  м / с<sup>2</sup>. Расстояние (в м) от электросамоката до города вычисляется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  – время в секундах. Определите время, прошедшее после выезда электросамоката из города, если известно, что за это время он удалился от города на 6656 м. Ответ дайте в секундах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Моторная лодка прошла против течения реки и вернулась в пункт отправления. Известно, что лодка затратила на обратный путь на 52 часа меньше, а суммарное пройденное лодкой расстояние равно 108 км. Чему равна скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения составляет 13 км/ч? Ответ выразите в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите  $f(-1)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 65)e^{x-64}$  на отрезке  $[63; 65]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

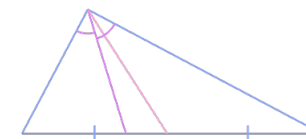
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Большой острый угол прямоугольного треугольника равен  $85^\circ$ . Найдите величину угла между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{w}(1; 2)$  и  $\vec{s}(3; 0)$ . Найдите скалярное произведение векторов  $-2\vec{w} + 2\vec{s}$  и  $4\vec{w} - \vec{s}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Ребро первого куба в 6 раз меньше, чем ребро второго куба. Во сколько раз объём первого куба меньше объёма второго куба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Изумруд» играет четыре матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Изумруд» не начнёт игру с мячом не более одного раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Вероятность того, что на тестировании по математике студент Г. верно решит больше 11 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Г. верно решит больше 10 задач, равна 0,89. Найдите вероятность того, что Г. верно решит ровно 11 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\log_4(18 - x) = 1$$

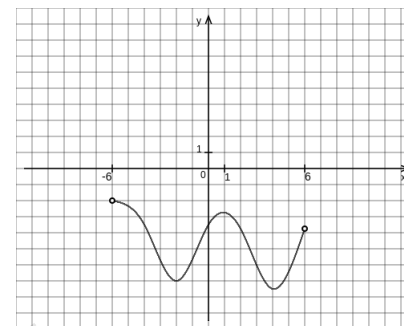
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения:

$$\log_3 1 + \log_3 27$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите произведение решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-4; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

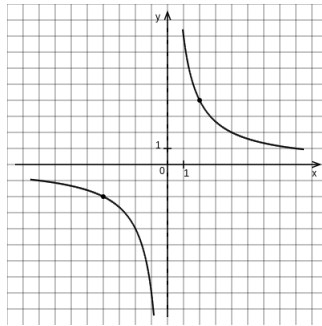
- 9 Мотоцикл, движущийся по деревне со скоростью  $v_0 = 40$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 8$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоцикла до деревни, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  – время в часах. Вычислите время, прошедшее после выезда мотоцикла из деревни, если известно, что за это время он удалился от деревни на 18944 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Моторная лодка прошла против течения реки и вернулась в пункт отправления. Скорость лодки в неподвижной воде составляет 14 км/ч. Чему равна скорость течения, если суммарное пройденное лодкой расстояние равно 42 км, а лодка затратила на обратный путь на 2 часа меньше? Ответ выразите в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите  $f(-1)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 58)e^{x+59}$  на отрезке  $[-60; -58]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \cos x + \sin^2 x = 2 \cos^3 x.$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi]$ .

- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде  $PABCD$  с вершиной  $P$  на ребре  $AB$  отмечена точка  $M$  так, что  $\frac{MB}{MA} = 2$ . А точка  $N$  является серединой ребра  $PA$ .

- а) Доказать, что  $(MND) \perp (ABC)$ .  
б) Известно, что плоскость сечения пирамиды плоскостью  $DPB$  равняется  $\sqrt{180}$ . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $(MND)$ .

- 15 Решите неравенство

$$\log_3\left(\frac{1}{x} - 1\right) + \log_3\left(\frac{1}{x} + 1\right) \leq \log_3(8x - 1).$$

- 16 В сентябре 2035 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего года ( $r$  – целое число);
- с февраля по август каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в сентябре 2036, 2037, 2038, 2039 и 2040 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на сентябрь предыдущего года;
- в августе 2040 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в августе 2041, 2042, 2043, 2044 и 2045 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на август предыдущего года;
- к августу 2045 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите  $r$ .

- 17** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Точка  $O$  является точкой пересечения его серединных перпендикуляров. В треугольнике опущена высота  $BK$ .
- а) Доказать, что  $\angle KBA = \angle OBC$ .
- б) Известно, что  $AB = 16$ ,  $BC = 18$ ,  $OB = KB$ . Найдите длину отрезка  $KB$ .

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(2x - x^2)^2 - 4\sqrt{2x - x^2} = a^2 - 4a.$$

имеет хотя бы один корень.

- 19** Петя играет в игровую приставку, где при прохождении каждого из уровней можно получить от 1 до 3 баллов, а заряд аккумулятора приставки при этом уменьшается на 15 пунктов при получении одного балла, на 12 пунктов при получении двух баллов и на 9 пунктов при получении трёх баллов.
- а) Мог ли заряд уменьшиться на 50 пунктов?
- б) Петя получил в сумме за игры 11 баллов и заряд уменьшился на 75 пунктов. Сколько уровней прошёл Петя?
- в) Известно, что заряд уменьшился на 75 пунктов и Петя получил 11 баллов. Какое наибольшее количество очков мог получить Петя, если за каждый уровень начисляется 3000 очков при получении одного балла и 6000 очков за два балла, а за три балла даётся 7000 очков.



*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*