

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

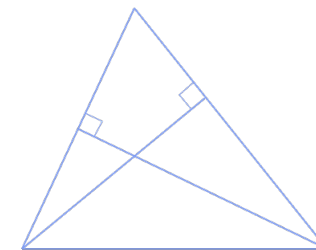
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

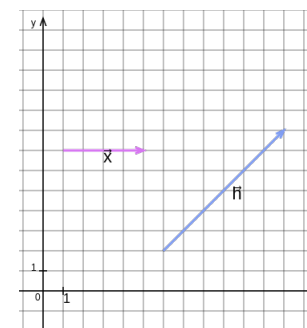
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Две стороны треугольника равны 39 и 10. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.



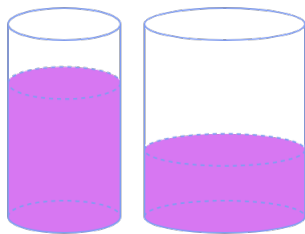
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{h} и \vec{x} . Найдите угол между векторами \vec{h} и \vec{x}



Ответ: _____.

- 3** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 24 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4** Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участниц разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 676 спортсменок, среди которых 28 участниц из Израиля, в том числе Вероника. Найдите вероятность того, что в первом туре Вероника будет играть с какой-либо спортсменкой не из Израиля.

Ответ: _____.

- 5** Помещение освещается двумя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,22. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года все лампы перегорят.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$9 - 3^{-5x+12} = 0$$

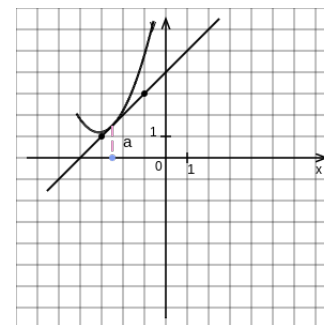
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\frac{90}{\cos^2 136^\circ + 24 + \cos^2 (-226^\circ)}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой a . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке a .



Ответ: _____.

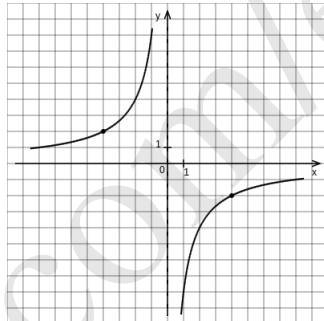
- 9** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 190 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде, f_0 - частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа не должна превышать 75 м/с.

Ответ: _____.

- 10** Первый мастер может сделать задание за 2 часа, а второй – за 14 часов. За сколько часов сделают задание оба мастера, работая вдвоём?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -8$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2 + 361}{x}$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

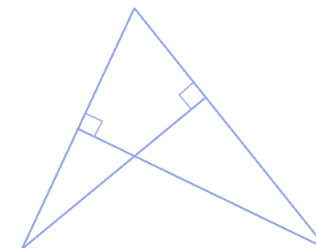
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

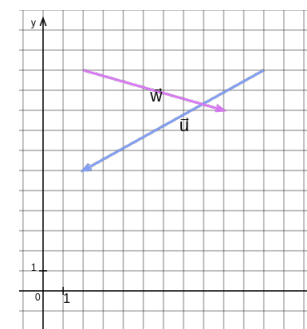
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Две стороны треугольника равны 30 и 3. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 5. Найдите высоту, опущенную на большую из этих сторон треугольника.



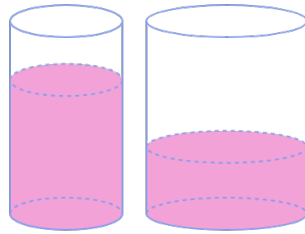
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{u} и \vec{w} . Найдите угол между векторами \vec{u} и \vec{w} .



Ответ: _____.

- 3** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 40 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, радиус которого в 2 раза больше радиуса первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4** Перед началом первого тура чемпионата по вольной борьбе участниц разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 541 спортсменка, среди которых 433 участницы из Венесуэлы, в том числе Надежда. Найдите вероятность того, что в первом туре Надежда будет играть с какой-либо спортсменкой из Венесуэлы.

Ответ: _____.

- 5** Помещение освещается двумя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,41. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года все лампы перегорят.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{7x+23} = \frac{1}{36}$$

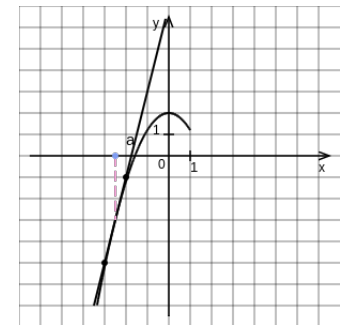
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\frac{-43}{\sin^2(-60^\circ) - 26 + \sin^2 30^\circ}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой a . Найдите $f'(a)$.



Ответ: _____.

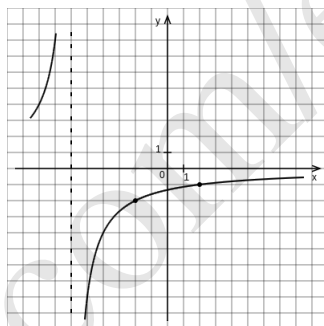
- 9** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 1477 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде, f_0 - частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа не должна превышать 23 м/с.

Ответ: _____.

- 10** Первый работник может выполнить задание за 3 часа, а второй – за 21 час. За сколько часов выполнят задание оба работника, работая сообща?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f(-7)$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2+25}{x}$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

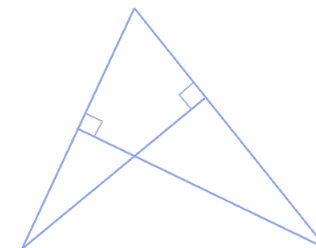
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

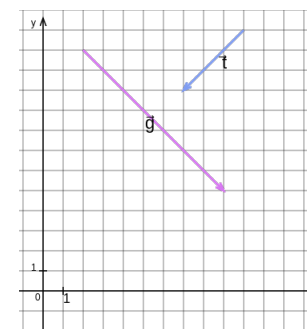
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Две стороны треугольника равны 80 и 23. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 38. Найдите высоту, опущенную на большую из этих сторон треугольника.



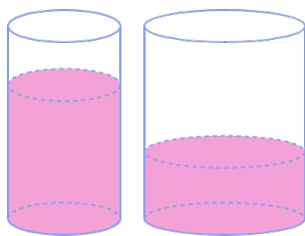
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{t} и \vec{g} . Найдите угол между векторами \vec{t} и \vec{g} .



Ответ: _____.

- 3** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 76 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, радиус которого в 2 раза больше радиуса первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4** Перед началом первого тура чемпионата по вольной борьбе участниц разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 169 спортсменок, среди которых 43 участницы из Англии, в том числе Елена. Найдите вероятность того, что в первом туре Елена будет играть с какой-либо спортсменкой не из Англии.

Ответ: _____.

- 5** Помещение освещается пятью лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,5. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы 2 лампы перегорят.

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{5x-7} = \frac{1}{216}$$

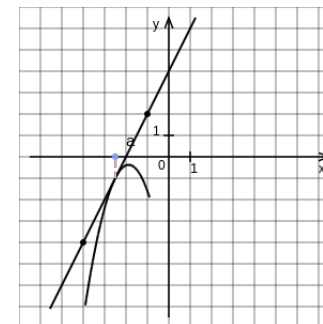
Ответ: _____.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\frac{92}{\cos^2(-72^\circ) - 21 + \cos^2 162^\circ}$$

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой a . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке a .



Ответ: _____.

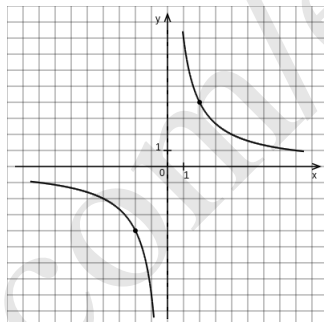
- 9** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 399 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде, f_0 - частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа не должна превышать 60 м/с.

Ответ: _____.

- 10** Первый работник может завершить задание за 21 час, а второй – за 7 часов. За сколько часов завершат задание оба работника, работая вдвоём?

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 8$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку максимума функции $y = \frac{x^2 + 81}{x}$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

- 14 В цилиндре на окружности одного из оснований отмечены точки E и D , а на окружности другого основания отмечены точки D_1 и C_1 так, что DD_1 является образующей цилиндра, а EC_1 пересекает ось цилиндра.

- а) Доказать, что $\angle EDC_1 = 90^\circ$.

- б) Известно, что $ED = 6$, $DD_1 = 15$, $D_1C_1 = 8$. Найдите угол между DD_1 и EC_1 .

- 15 Решите неравенство

$$\log_7(2x^2 + 12) - \log_7(x^2 - x + 12) \geq \log_7\left(2 - \frac{1}{x}\right).$$

- 16 13-го января планируется взять кредит в банке на 21 мес- сяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 12-е число каждого месяца необходимо вы- платить часть долга;
- 13-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 13-е число предыдущего месяца;
- к 13-му числу 21-го месяца кредит должен быть пол- ностью погашен.

Сколько рублей планируется взять в кредит, если об- щая сумма выплат после полного его погашения составит 1604000 рубля?

17 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Окружность, центром которой является M , касается оснований трапеции и боковой стороны BA трапеции. Окружность, центром которой является N , касается AD , CD , BC . Известны все стороны трапеции: $AD = 39$, $CD = 30$, $BC = 9$, $AB = 10$.

- а) Доказать, что $MN \parallel BC$.
б) Найдите длину отрезка MN .

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(a+1)x - 2ay + 5a^2 + 8a + 3 = 0 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 В классах 11А и 11Б проходили тестирование. В каждом классе его проходили по крайней мере два ученика, а в сумме из двух классов проходил тестирование 51 ученик. Результаты тестирования могут выражаться только натуральным количеством баллов. В каждом классе средний балл результатов оказался натуральным числом. После тестирования один из учеников 11А перешёл в 11Б и средние баллы каждого класса были пересчитаны.

- а) Мог ли средний балл в 11А вырасти в 2 раза?
б) Средний балл в 11А вырос на 10%, как и средний балл в 11Б. Мог ли изначальный средний балл в 11Б равняться 1?
в) Средний балл в 11А вырос на 10%, как и средний балл в 11Б. Найдите наименьшее значение среднего балла в 11Б.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.