

4 Перед началом первого тура соревнований по шахматам участников разбивают на пары случайным образом с помощью жребия. Всего в соревнованиях участвует 60 спортсменов, среди которых 18 спортсменов из России, в том числе Родион. Найдите вероятность того, что в первом туре Родион будет играть в шахматы с каким-либо спортсменом из России. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5 Две фабрики выпускают одинаковые окна. Первая фабрика выпускает 70% этих окон, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных окон. Известно, что общая вероятность купить бракованное окно равна 0,023. Найдите процент брака на второй фабрике.

Ответ: _____.

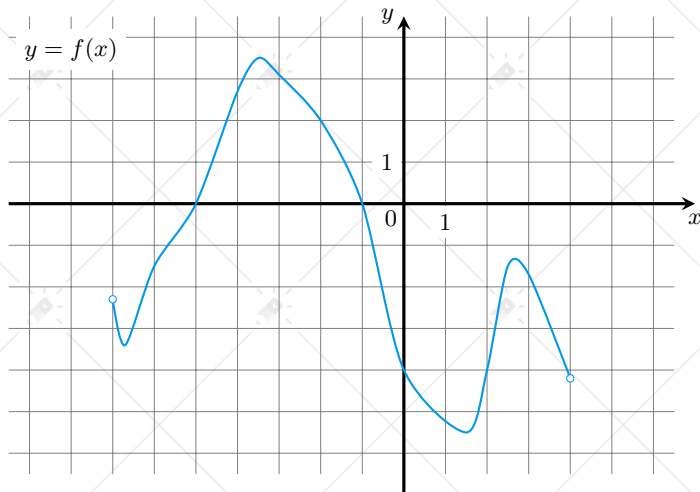
6 Найдите корень уравнения $\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{x+3} = \log_2 4$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $2^{\sin^2 \frac{\pi}{4}} \cdot 4^{\cos^2 \frac{\pi}{4}} \cdot 8^{\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 4)$. Определите количество целых точек, расположенных на промежутках возрастания функции $f(x)$.



Ответ: _____.

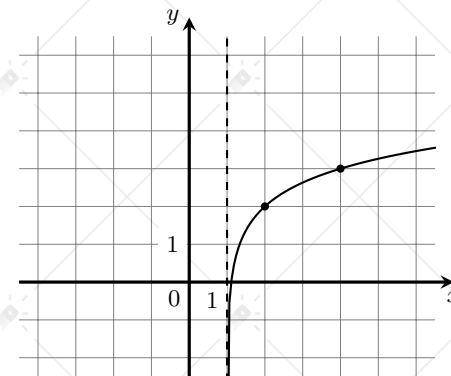
9 При падении астероида в атмосфере его температура (в кельвинах) на высоте H (в метрах) изменяется по закону $T(H) = T_0 + \beta \sqrt[3]{H_0 - H}$, где $T_0 = 270$ К — начальная температура, $\beta = 30$ К/м^{1/3} — постоянная, H_0 — стартовая наблюдаемая высота падения (в метрах). Найдите H_0 , если в момент удара о поверхность Земли температура астероида достигла 420 К. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

10 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 3 круга по кольцевой трассе протяжённостью 36 км. Оба гонщика стартовали одновременно из одной точки в противоположных направлениях, а на финиш первый пришёл на 2 часа раньше второго. Чему равна скорость второго гонщика, если известно, что первый раз они встретились через 15 минут, а скорости обоих гонщиков постоянны? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x - b) + c$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 5$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (4x - 3) \cos x - 4 \sin x + 9$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $2\cos^2 x - 3\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0$.
 б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

- 14 Дана пирамида $ABCD$ с прямоугольным треугольником ABC в основании. Вокруг пирамиды описан конус.
 а) Докажите, что вершина конуса проецируется в середину одной из сторон треугольника основания.
 б) Известно, что объем конуса равен $V_k = 392\pi$, а треугольник в основании является равнобедренным. Найдите объем пирамиды.

- 15 Решите неравенство

$$27 \cdot 63^x - 27^{x+1} - 12 \cdot 21^x + 12 \cdot 9^x + 7^x - 3^x \leq 0.$$

- 16 10 января некоторого года планируется открыть вклад в банке на 20 млн рублей на 4 года на следующих условиях:
 – 25 декабря каждого года банк добавляет 20% к той сумме, которая была на счете 25 января этого же года;
 – с 11 по 24 января в каждый из третьего и четвертого годов вкладчик обязан снять со счета целое число m млн рублей.
 Найдите наименьшее целое значение m , при котором банк за 4 года начислит на вклад менее 10 млн рублей.

- 17 Дан треугольник ABC . На его стороне AC как на диаметре построена окружность, которая пересекает стороны AB и BC в точках M и K соответственно. Известно, что M – середина AB , а H – точка пересечения высот треугольника ABC .
 а) Докажите, что $KH : HA = \cos \angle BCA$.
 б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник AHC , если $AK = 9$, $\cos \angle BCA = 0,8$.

- 18 Найдите, при каких значениях параметра a уравнение

$$(a - 9)(x - 3)^2 + a^2 + |x - 3| \cdot \log_3 a - 12a + 27 = 0$$
 имеет ровно одно решение.

- 19 а) Можно ли разбить числа 1, 3, 4, 7, 8, 9, 12, 15, 21, 22 на пары так, чтобы сумма чисел в каждой паре была равна точному квадрату?
 б) Можно ли разбить числа 2, 3, 5, 7, 8, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 22 на пары так, чтобы сумма чисел в каждой паре была равна точному квадрату?
 в) Какое наименьшее количество чисел нужно убрать из первых восемнадцати натуральных чисел, чтобы среди оставшихся никакие два числа не давали в сумме точный квадрат?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

