

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

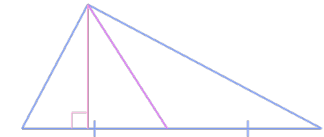
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Острые углы прямоугольного треугольника равны 8° и 82° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

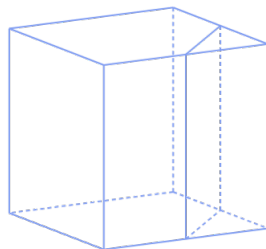


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{j}(2; 12)$ и $\vec{q}(10; 9)$. Найдите скалярное произведение $\vec{j} \cdot \vec{q}$.

Ответ: _____.

- 3** Объём куба равен 5832. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: _____.

- 4** Перед началом первого тура чемпионата по вольной борьбе участниц разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 229 спортсменок, среди которых 58 участниц из Израиля, в том числе Яна. Найдите вероятность того, что в первом туре Яна будет играть с какой-либо спортсменкой из Израиля.

Ответ: _____.

- 5** Игральную кость бросили два раза. Известно, что 3 очка не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события "сумма очков равна 10".

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

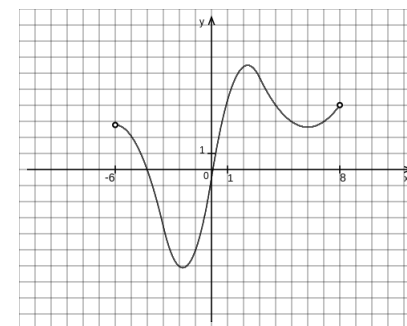
$$-648x - (9x - 18)^2 = 0$$

Ответ: _____.

- 7** Найдите $8 \operatorname{ctg} \beta$, если $\sin \beta = -\frac{5\sqrt{26}}{26}$ и $\beta \in (\pi; \frac{3\pi}{2}]$.

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 8)$. Определите точку минимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

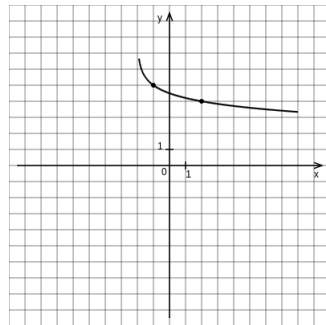
- 9 Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t - время в минутах, $T_0 = 525$ К, $a = -19$ К/мин², $b = 209$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1057 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

- 10 Первые 9 часов велосипедист ехал со скоростью $v_0 = 64 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, следующие 10 часов — со скоростью $v_1 = 61 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а затем 1 час — со скоростью $v_2 = 47 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x + b) + 5$. Найдите $f(126)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = 8 + 8x + \ln(x + 20)^8$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

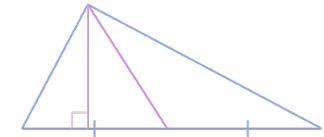
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Острые углы прямоугольного треугольника равны 33° и 57° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

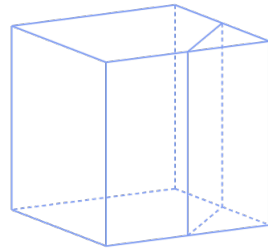


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{u}(12; 2)$ и $\vec{h}(7; 8)$. Найдите скалярное произведение $\vec{u} \cdot \vec{h}$.

Ответ: _____.

- 3** Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 3048,625. Найдите объём куба.



Ответ: _____.

- 4** Перед началом первого тура чемпионата по вольной борьбе участниц разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 171 спортсменка, среди которых 18 участниц из Англии, в том числе Анастасия. Найдите вероятность того, что в первом туре Анастасия будет играть с какой-либо спортсменкой не из Англии.

Ответ: _____.

- 5** Игральную кость бросили два раза. Известно, что 2 очка не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события "сумма очков равна 8".

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

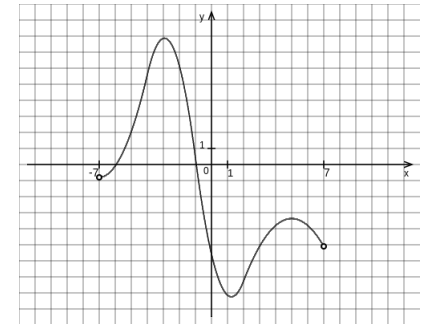
$$(-9x + 45)^2 = -1620x$$

Ответ: _____.

- 7** Найдите $\operatorname{ctg} \beta$, если $\cos \beta = -\frac{7\sqrt{74}}{74}$ и $\beta \in [\pi; \frac{3\pi}{2}]$.

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите точку минимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

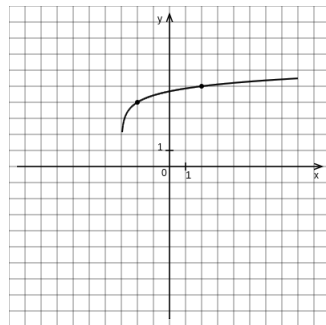
- 9** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t - время в минутах, $T_0 = 4867$ К, $a = -3$ К/мин², $b = 243$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 9727 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

- 10** Первые 9 часов мотоциклист ехал со скоростью $v_0 = 89 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, следующие 8 часов — со скоростью $v_1 = 67 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а затем 8 часов — со скоростью $v_2 = 29 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите среднюю скорость мотоциклиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Ответ: _____.

- 11** На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b) + 4$. Найдите $f(622)$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = 8x - \ln(x + 27)^6 - 9$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

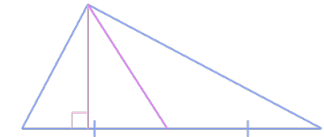
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Острые углы прямоугольного треугольника равны 74° и 16° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

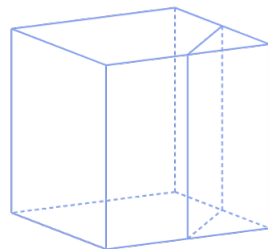


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{u}(1; 10)$ и $\vec{g}(8; 9)$. Найдите скалярное произведение $\vec{u} \cdot \vec{g}$.

Ответ: _____.

- 3** Объём куба равен 9261. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: _____.

- 4** Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участниц разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 201 спортсменка, среди которых 15 участниц из Израиля, в том числе Елена. Найдите вероятность того, что в первом туре Елена будет играть с какой-либо спортсменкой из Израиля.

Ответ: _____.

- 5** Игральную кость бросили два раза. Известно, что 4 очка не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события "сумма очков равна 7".

Ответ: _____.

- 6** Найдите корень уравнения

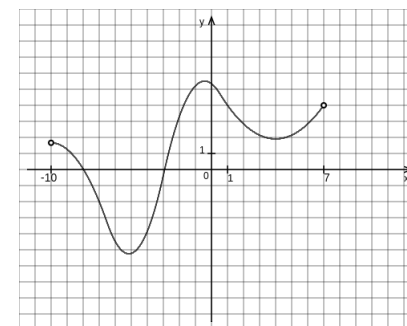
$$(8x - 48)^2 = -1536x$$

Ответ: _____.

- 7** Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{34}}{34}$ и $\alpha \in [\pi; \frac{3\pi}{2})$.

Ответ: _____.

- 8** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 7)$. Определите точку минимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

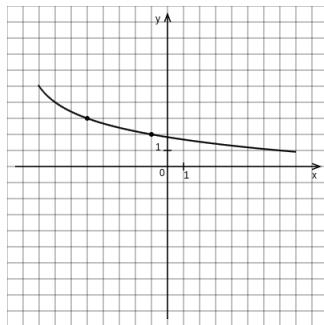
- 9 Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t - время в минутах, $T_0 = 1538$ К, $a = -4$ К/мин², $b = 208$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 3086 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

- 10 Первые 9 часов машина двигалась со скоростью $v_0 = 86 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, следующие 4 часа — со скоростью $v_1 = 30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а затем 7 часов — со скоростью $v_2 = 11 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите среднюю скорость машины на протяжении всего пути. Ответ дайте в $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = -\log_a(x+b) + 5$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -1$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = 20 - 28x - \ln(x+3)^{28}$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x = 3\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$.

- 14 В призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ в основании лежит квадрат $ABCD$, сторона которого равна 6. Боковое ребро призмы BB_1 перпендикулярно основанию и равняется $\sqrt{18}$. На рёбрах $C_1 D_1$ и CB отмечены соответственно точки L и K так, что $LC_1 = 5$, $KB = 4$. Проведена плоскость β , проходящая через прямую LK параллельно прямой DB .

- а) Доказать, что $C_1 A \perp \beta$
б) Найти расстояние от B_1 до β .

- 15 Решите неравенство

$$8^x - 3 \cdot 4^x + \frac{9 \cdot 4^x - 288}{2^x - 9} \leq 32.$$

- 16 В мае 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по апрель каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в мае каждого года, начиная с 2027, долг должен сначала уменьшаться на $0,3S$ два раза по сравнению с маем предыдущего года, а последний раз на $0,4S$.
- Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

- 17** В треугольнике ABC дан $\angle B = 60^\circ$. Точка O является точкой пересечения биссектрис этого треугольника. При этом $OM \perp AC$ и $M = OM \cap AC$.
- а) Доказать, что $BM \leq 3 \cdot OM$.
- б) Известно, что $MB = \frac{5}{2} \cdot OM$. Найти $\sin \angle CMB$.

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$$

имеет единственный корень.

- 19** Карандашом в тетради выписаны первые тридцать натуральных чисел. За один ход стираются случайные три числа, но нужно, чтобы выполнялось правило: сумма этих трёх чисел меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.
- а) Приведите пример пяти ходов, удовлетворяющих этому правилу.
- б) Возможно ли сделать 10 ходов?
- в) Какое наибольшее количество ходов возможно сделать?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.