

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

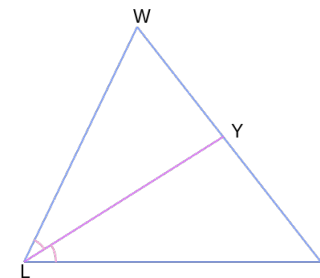
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

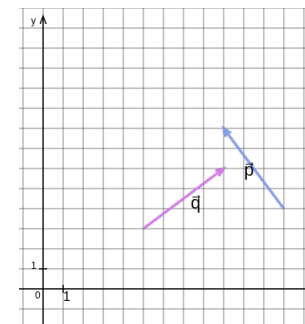
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике LWR YL – биссектриса, угол W равен 26° , угол RLY равен 57.5° . Найдите угол R .
 Ответ дайте в градусах.



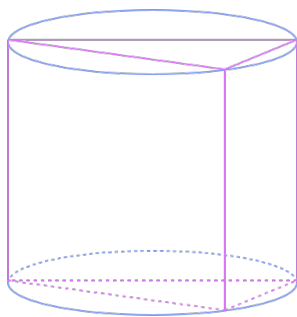
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{p} и \vec{q} . Найдите угол между векторами \vec{p} и \vec{q} .



Ответ: _____.

- 3 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 32 и 7. Боковые рёбра призмы равны 16. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы. Ответ разделите на π .



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают 3 раза. Какова вероятность того, что орёл выпадет ровно три раза?

Ответ: _____.

- 5 На экзамене по геометрии школьнику достаётся один из вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме 'Треугольники', равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос по теме 'Трапеции', равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на коллоквиуме школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$-5 - \frac{-9x - 224}{-7x - 8} = 0$$

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$(1 - \log_6 18)(2 - \log_3 324)$$

Ответ: _____.

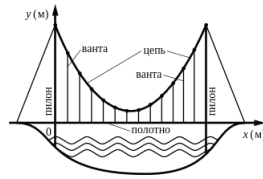
- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону:

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 13t^2 + 99t - 833,$$

где x - расстояние от точки отсчёта в метрах, t - время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени её скорость была равна 126 м/с?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображена схема моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой



$$y = 0,001x^2 - 0,25x + 67,$$

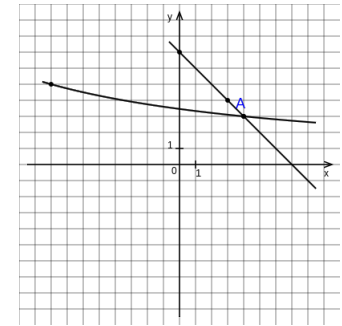
где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 49 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 10 Первая труба опустошает бассейн на 26 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, опустошают этот же бассейн за 24,375 минут. За сколько минут опустошает этот бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{a}{x+c}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = (17 + x)^2 (-4 - x) - 9$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

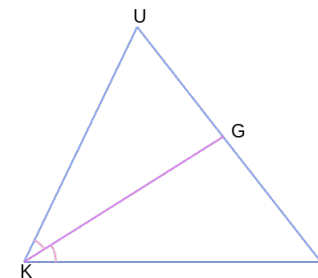
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

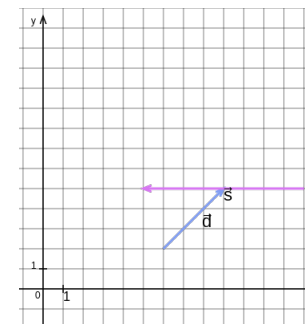
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике KUP KG – биссектриса, угол U равен 29° , угол P равен 41° . Найдите угол KGP . Ответ дайте в градусах.



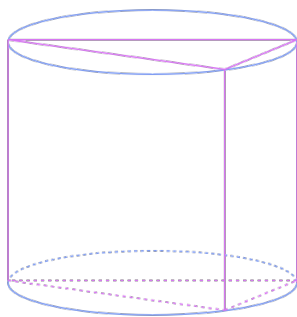
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{d} и \vec{s} . Найдите угол между векторами \vec{d} и \vec{s} .



Ответ: _____.

- 3 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 50 и 47. Боковые рёбра призмы равны 32. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы. Ответ разделите на π .



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Какова вероятность того, что решка выпадет менее трёх раз?

Ответ: _____.

- 5 На экзамене по геометрии школьнику достаётся один из вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме 'Равенство треугольников', равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме 'Тригонометрия', равна 0,4. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на коллоквиуме школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\frac{5x + 518}{7x + 6} = 9$$

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$(3 - 3 \log_2 10)(3 - 3 \log_5 10)$$

Ответ: _____.

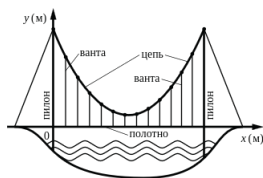
- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону:

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + \frac{-35}{2}t^2 - 98t - 486,$$

где x - расстояние от точки отсчёта в метрах, t - время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени её скорость была равна 102 м/с?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображена схема моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Ox направим вдоль полотна моста, а ось Oy направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой



$$y = 0,0005x^2 - 0,33x + 84,$$

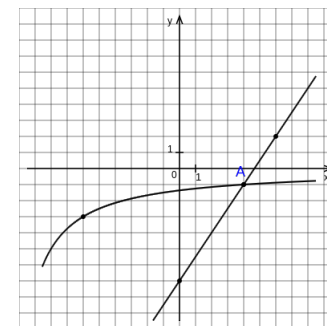
где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 58 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 10 Второй шланг опустошает бойлер на 4 минут быстрее, чем первый. Работая одновременно, оба шланга опустошают этот же бойлер за 19,95 минут. За сколько минут опустошает этот бойлер один второй шланг?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{a}{x+c}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = (-x - 13)^2 (-18 - x) + 8$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

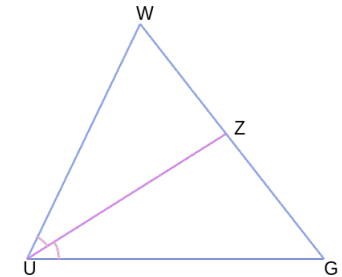
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

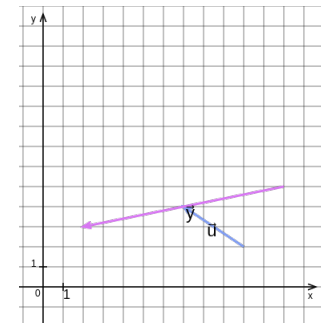
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В треугольнике WGU UZ – биссектриса, угол WUZ равен 54.5° , угол W равен 46° . Найдите угол G . Ответ дайте в градусах.



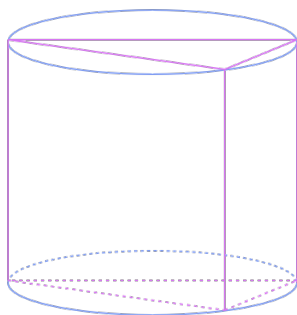
Ответ: _____.

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{u} и \vec{v} . Найдите угол между векторами \vec{u} и \vec{v} .



Ответ: _____.

- 3 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 27 и 15. Боковые рёбра призмы равны 41. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы. Ответ разделите на π .



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Какова вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз?

Ответ: _____.

- 5 На экзамене по геометрии школьнику достаётся один из вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме 'Равенство треугольников', равна 0,6. Вероятность того, что это вопрос по теме 'Касательные', равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на коллоквиуме школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$-9 - \frac{-68x + 31}{7x - 4} = 0$$

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$(4 - \log_3 1296)(5 - \log_2 7776)$$

Ответ: _____.

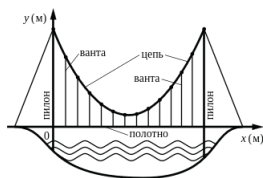
- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону:

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + \frac{-29}{2}t^2 - 90t - 573,$$

где x - расстояние от точки отсчёта в метрах, t - время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени её скорость была равна 252 м/с?

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображена схема моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Ox направим вдоль полотна моста, а ось Oy направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой



$$y = 0,001x^2 - 0,33x + 55,$$

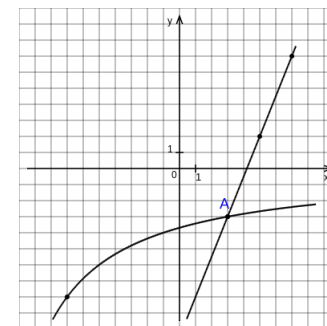
где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 35 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 10 Вторая труба опустошает ёмкость на 8 минут быстрее, чем первая. Обе трубы, работая одновременно, опустошают эту же ёмкость за 31,875 минут. За сколько минут опустошает эту ёмкость одна вторая труба?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{a}{x+c}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = (x - 6)^2 (6 + x)$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}.$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi]$.

- 14 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на ребре AA_1 отмечена точка M так, что $\frac{MA_1}{MA} = 2$. Плоскость β проходит через прямую MB параллельно прямой CA , причём $\beta \cap DD_1 = K$.

- а) Доказать, что $\frac{KD_1}{KD} = \frac{1}{2}$
 б) Известно, что $BC = 4$ и $BB_1 = 6$. Найдите площадь сечения призмы плоскостью β .

- 15 Решите неравенство

$$\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}.$$

- 16 В июне 2026 года взяли кредит в банке. Условия его возврата таковы:

- каждый февраль долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с марта по май каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом.

Сколько рублей взяли в банке в кредит, если кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами и общая сумма выплат банку составила 311040 рублей?

- 17** В треугольнике ABC угол $B > 90^\circ$. Точка H является ортоцентром треугольника и $\angle CHA = 60^\circ$.
- а) Доказать, что угол B равен 120° .
- б) Известно, что $AB = 7$, $BC = 8$. Найти HV .

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \ln(9 - x^2 - y^2) = 0 \\ ((x+5)^2 + y^2 - a^2)(x + y - a + 5) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

- 19** Выписали натуральные числа a_1, a_2, \dots, a_n . Каждое из них больше 49 и меньше 151. Каждое из этих чисел уменьшают на $r_i\%$ так, что либо $r_i = 2\%$, либо число a_i уменьшается на 2 ($i = 1, 2, \dots, n$).
- а) Может ли $\frac{r_1+r_2+\dots+r_n}{n} = 5$?
- б) Может ли $\frac{r_1+r_2+\dots+r_n}{n} > 2$, если $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ уменьшилось более чем на $2n$?
- в) Пусть $n = 30$ и после уменьшения сумма всех чисел уменьшилась на 40. Найдите наибольшее возможное значение $\frac{r_1+r_2+\dots+r_n}{n}$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.