

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

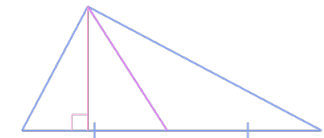
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1**

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $72^\circ$  и  $18^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



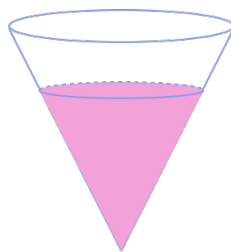
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

Найдите косинус угла между векторами  $\vec{h}$  и  $\vec{u}$ , если известно, что  $\vec{h}(2; 0)$  и  $\vec{u}(4; -3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{2}{3}$  высоты. Объём жидкости равен 128 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 15 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по зоологии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Помещение освещается двумя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,49. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года все лампы перегорят.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения

$$\log_2(2x - 3) = \log_2(6x - 18) - 1$$

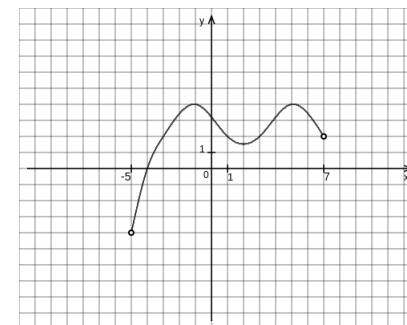
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\frac{-40}{\cos^2(-17^\circ) + \cos^2(-107^\circ)}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график  $y = F(x)$  одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 7)$ . Пользуясь рисунком, определите количество целочисленных решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-4; 2]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

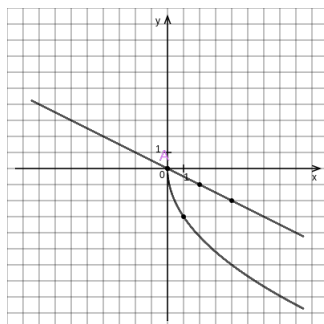
- 9** Стекло́нную бутылку бросают под острым углом  $\beta$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта бутылки  $H$  (в м) вычисляется по формуле  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\beta)$ , где  $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  – начальная скорость бутылки, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ). При каком наименьшем значении угла  $\beta$  бутылка пролетит над турником высотой 2 м на расстоянии 3 м? Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Первый работник может сделать задание за 12 часов, а второй – за 13 часов. За сколько часов сделают задание оба работника, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x} + c$  и  $g(x) = kx$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = -\frac{x}{16+x^2}$  на отрезке  $[-4; 6]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

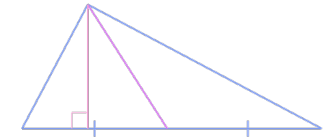
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $58^\circ$  и  $32^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

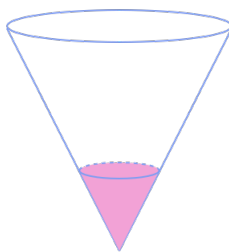


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Найдите угол (в градусах) между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если известно, что  $\vec{a}(6; -9)$  и  $\vec{b}(2; 10)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{3}{8}$  высоты. Объём жидкости равен 135 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 13 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по ботанике.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Помещение освещается двумя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,23. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года все лампы перегорят.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения

$$-1 + \log_3(10x + 33) - \log_3(15 + 2x) = 0$$

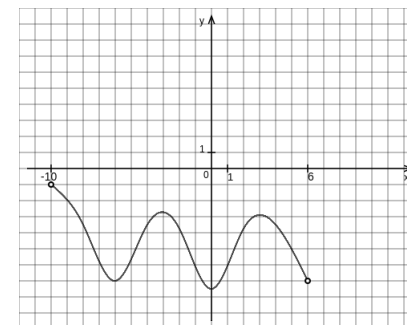
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\frac{18}{\sin^2 21^\circ + 7 + \cos^2(-159^\circ)}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график  $y = F(x)$  одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 6)$ . Пользуясь рисунком, определите количество целочисленных решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-5; 3]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

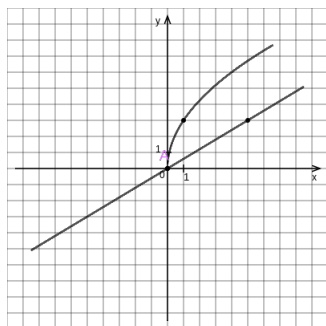
- 9** Под острым углом  $\gamma$  к плоской горизонтальной поверхности земли бросают камешек. Максимальная высота полёта камешка  $H$  (в м) вычисляется по формуле  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\gamma)$ , где  $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  – начальная скорость камешка, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ). При каком наименьшем значении угла  $\gamma$  камешек пролетит над турником высотой 3 м на расстоянии 2 м? Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Первый работник может завершить заказ за 8 часов, а второй – за 24 часа. За сколько часов завершат заказ оба работника, работая вдвоём?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{x^2+196}{x}$  на отрезке  $[-10; -4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1—12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

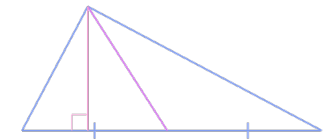
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $48^\circ$  и  $42^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

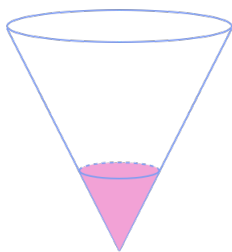


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Найдите угол (в градусах) между векторами  $\vec{y}$  и  $\vec{p}$ , если известно, что  $\vec{y}(-7; 0)$  и  $\vec{p}(6; 0)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{3}$  высоты. Объём жидкости равен 48 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы наполнить сосуд доверху?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 22 из них встречается вопрос по уравнениям. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по уравнениям.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Помещение освещается пятью лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,5. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы 2 лампы перегорят.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Найдите корень уравнения

$$-2 - \log_2(x + 12) + \log_2(8x + 36) = 0$$

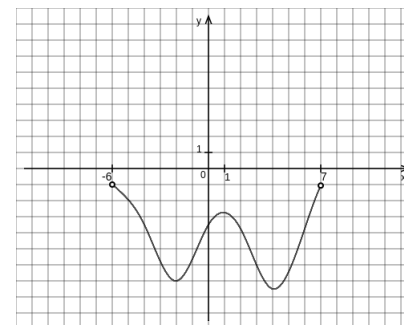
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** Найдите значение выражения:

$$\frac{-61}{\sin^2(-131^\circ) + \cos^2 49^\circ}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** На рисунке изображён график  $y = F(x)$  одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 7)$ . Пользуясь рисунком, определите количество целочисленных решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-5; 5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

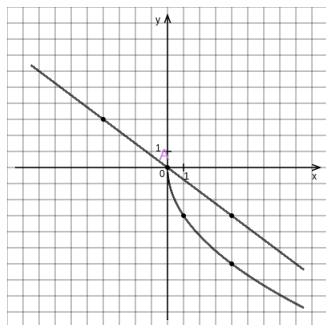
- 9** Под острым углом  $\beta$  к плоской горизонтальной поверхности земли бросают учебную гранату. Максимальная высота полёта гранаты  $H$  (в м) вычисляется по формуле  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\beta)$ , где  $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  – начальная скорость гранаты, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ). При каком наименьшем значении угла  $\beta$  граната пролетит над заграждением высотой 7 м на расстоянии 3 м? Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Первый мастер может завершить заказ за 21 час, а второй – за 4 часа. За сколько часов завершат заказ оба мастера, работая вдвоём?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{x}{x^2+100}$  на отрезке  $[2; 13]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0.$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$ .

- 14 В правильной пирамиде  $PABC$  на ребре  $AB$  отмечена точка  $M$  так, что делит это ребро в отношении  $\frac{3}{2}$ , считая от вершины  $B$ . А на ребре  $BC$  отмечена точка  $K$ , которая делит его в отношении  $\frac{3}{2}$ , считая от вершины  $B$ . Плоскость  $\beta$  проходит через прямую  $MK$  параллельно прямой  $PB$ .

- а) Доказать, что сечение пирамиды плоскостью  $\beta$  является параллелограммом.  
б) Известно, что  $PC = 5$ ,  $AC = 6$ . Найдите расстояние от вершины  $P$  до  $\beta$ .

- 15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(18 - 9x) < \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 2).$$

- 16 В июне планируется взять кредит на сумму 6000000 рублей на 15 лет. Условия его возврата таковы:
- каждый февраль долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
  - с марта по май каждого года необходимо выплатить часть долга;
  - в июне каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июнь предыдущего года.
- Известно, что наибольший платёж по кредиту не более 1900 тысяч рублей, а наименьший не менее 500 тысяч рублей. Найдите  $r$ .

- 17** В треугольнике  $ABC$  точкой пересечения его биссектрис является точка  $O$ . Около треугольника описана окружность, которую прямая  $BO$  пересекает в точке  $M$ , не совпадающей с точкой  $B$ .
- а) Доказать, что  $AM = OM$ .
- б) Известно, что в треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $120^\circ$ , а радиус описанной окружности равен 18. Найдите расстояние от  $M$  до  $CA$ .

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{x^2 - a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

- 19** В последовательности, состоящей из натуральных чисел, содержится 400 членов. Каждый член последовательности, начиная со второго, либо на 98 меньше предыдущего члена последовательности, либо в два раза больше его.
- а) Может ли в этой последовательности содержаться только 5 различных чисел?
- б) Чему может равняться первый член последовательности, если сотый член равняется 75?
- в) Найдите наименьшее возможное значение наибольшего члена последовательности.



*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*