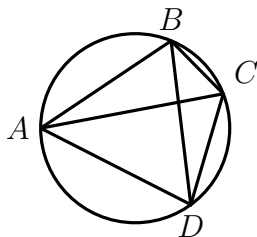


## Тренировочная работа № 30

## Часть № 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $105^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

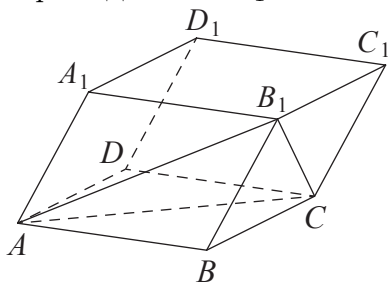


Ответ \_\_\_\_\_

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-2; 1)$ ,  $\vec{b}(3; 4)$  и  $\vec{c}(2; -6)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

Ответ \_\_\_\_\_

- 3 Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 12. Найдите объём треугольной пирамиды  $ABCB_1$ .



Ответ \_\_\_\_\_

- 4 Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Ответ \_\_\_\_\_

- 5 При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 8 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 3 очка?

Ответ \_\_\_\_\_

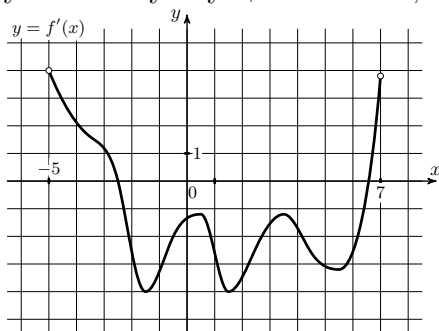
- 6 Решите уравнение  $\frac{8}{15}x^2 = \frac{2}{15}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ \_\_\_\_\_

- 7 Найдите  $p(x - 6) + p(4 - x)$ , если  $p(x) = 2x - 5$ .

Ответ \_\_\_\_\_

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 7)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ \_\_\_\_\_

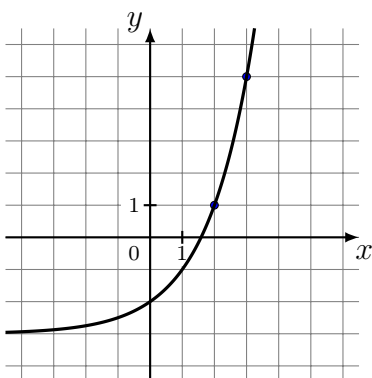
- 9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора  $C = 5 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 2 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 18$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,1$  — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 11 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ \_\_\_\_\_

- 10 Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за седьмой день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Ответ \_\_\_\_\_

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 29$ .



Ответ \_\_\_\_\_

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = (29 - x)e^{30-x}$  на отрезке  $[24; 35]$ .

Ответ \_\_\_\_\_

## Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение  $\log_6(\sqrt{3} \cos x + \sin 2x + 6) = 1$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

14 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на рёбрах  $AB$ ,  $A_1 B_1$  и  $B_1 C_1$  отмечены точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно так, что  $KLMC$  — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 4.

а) Докажите, что точка  $M$  — середина ребра  $B_1 C_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $KLM$  и  $ABC$ , если площадь трапеции  $KLMC$  равна 6.

15 Решите неравенство:  $\frac{9^x - 6 \cdot 3^x + 4}{3^x - 5} + \frac{6 \cdot 3^x - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$ .

16 В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года ( $r$  — целое число);

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг должен составлять 200 тыс. рублей;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите  $r$ .

17 Точка  $O$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Прямая  $BO$  вторично пересекает описанную окружность треугольника  $ABC$  в точке  $P$ .

а) Докажите, что  $\angle POA = \angle PAO$ .

б) Найдите площадь треугольника  $APC$ , если известно, что радиус его описанной окружности равен 8, а  $\angle ABC = 60^\circ$ .

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(|x - a - 2| + |x - a + 2|)^2 - a(|x - a - 2| + |x - a + 2|) + a^2 - 64 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19 Для чисел  $A$  и  $B$ , состоящих из одинакового количества цифр, вычислили  $S$  — сумму произведений соответствующих цифр. Например, для числа  $A = 123$  и  $B = 579$  получается сумма  $S = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 = 46$ .

а) Существуют ли трёхзначные числа  $A$  и  $B$ , для которых  $S = 100$ ?

б) Существуют ли пятизначные числа  $A$  и  $B$ , для которых  $S = 400$ ?

в) Верно ли, что любое натуральное число от 1 до 260 является суммой для некоторых четырёхзначных чисел  $A$  и  $B$ ?