

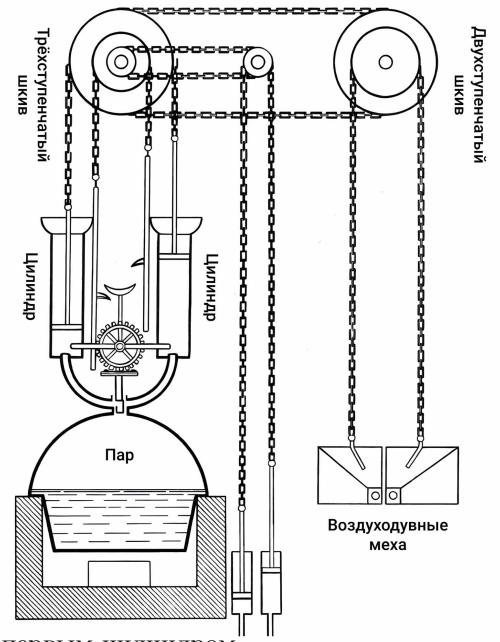
Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

**Задание 1. Вариант 1.** Тепловая машина Ползунова (одна из первых тепловых машин) состоит из двух вертикальных цилиндров, в которых могут перемещаться массивные поршни, нагревателя, генерирующего водяной пар, резервуара с холодной водой, клапанов и системы приводов.

Работает машина следующим образом.

**Первый такт.** В начале такта поршень в одном из цилиндров находится почти у самого дна. Под поршень подают водяной пар при температуре  $t_{\text{п}} = 106 \text{ }^\circ\text{C}$ . При этом поршень медленно поднимается, не совершая никакой полезной работы (цепь не натянута). Подача пара прекращается в тот момент, когда поршень оказывается у верхнего края цилиндра.

**Второй такт.** В цилиндр впрыскивается холодная вода. Пар в цилиндре быстро охлаждается и практически полностью конденсируется. Возникает внешняя сила, которая с постоянной скоростью опускает поршень в исходное положение. В самом конце такта в дне цилиндра открывается отверстие для слива воды. При помощи системы ступенчатых блоков и цепей, которые не проскальзывают по блокам, эта сила может совершать полезную работу, например, качать воздуходувные меха для плавильной печи.



Во втором цилиндре происходят те же процессы, только в противофазе с первым цилиндром.

а) Чему равно давление водяного пара под поршнем в конце первого такта?

Атмосферное давление  $P_0 = 100 \text{ кПа}$ , площадь поперечного сечения поршня  $S = 0.18 \text{ м}^2$ , а масса поршня вместе со штоком  $m = 2.6 \text{ кг}$ . Считайте, что в верхнем положении поршень достигал состояния равновесия, присоединённая к нему цепь не была натянута. Примите  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ выразите в килопаскалях, округлите до сотых.

б) Какую массу водяного пара нужно закачать под поршень в первом такте для поднятия поршня к верхнему краю цилиндра?

Высота поднятия поршня  $h = 3.5 \text{ м}$ , молярная масса водяного пара  $\mu = 18 \text{ г/моль}$ . Считайте, что температура пара в цилиндре равна температуре подаваемого пара. Примите  $R = 8.31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ . Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

в) Во втором такте можно считать, что конденсация пара происходит очень быстро. Это значит, что за время конденсации поршень не успевает сместиться из положения равновесия, а также можно пренебречь теплообменом с окружающей средой. Какую минимальную массу холодной воды, взятой при температуре  $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ , необходимо впрыснуть под поршень, чтобы весь водяной пар полностью сконденсировался?

Считайте, что к окончанию процесса конденсации в цилиндре под поршнем практически вся вода оказывается в жидком состоянии при температуре  $t_{\text{к}} = 96 \text{ }^\circ\text{C}$ . Теплообменом с окружающей средой и теплоёмкостями цилиндра и поршня пренебречь. Удельная теплота парообразования воды  $L = 2.3 \text{ МДж/кг}$ , удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}$ . Ответ выразите в килограммах, округлите до сотых.

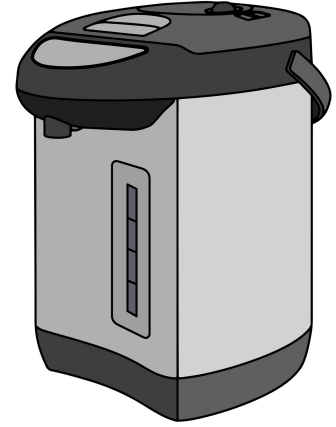
г) Какую полезную работу совершит сила давления на поршень за второй такт? Ответ выразите в килоджоулях, округлите до десятых.

д) На сколько поднимется подвижная часть воздуходувных мехов при опускании поршня, если радиусы двухступенчатого шкива отличаются в  $n = 2.0$  раза? Большие радиусы трёхступенчатого и двухступенчатого шкивов равны. Ответ выразите в метрах, округлите до сотых.

Матрица параметров к вариантам задания 1.

№ варианта	$t_{\text{п}}, \text{ }^\circ\text{C}$	$P_0, \text{ кПа}$	$S, \text{ м}^2$	$m, \text{ кг}$	$h, \text{ м}$	$n$
1	106	100	0.18	2.6	3.5	2.0
2	105	106	0.15	2.0	3.4	2.1
3	104	106.5	0.16	2.1	3.3	2.2
4	103	107	0.17	2.4	3.2	2.3

**Задание 2. Вариант 1.** Термопот — это бытовой электроприбор, объединяющий функции чайника и термоса (чайник-термос). Он кипятит воду и длительное время поддерживает её заданную температуру. Термопот хорошо держит тепло за счёт качественной теплоизоляции его стенок и дна, поэтому можно считать, что потери тепла идут только через крышку термопота. Для поддержания температуры воды в термопote периодически включается электрический нагреватель. Алгоритм работы нагревателя следующий: при остывании воды до температуры на 2 градуса ниже заданной нагреватель включается, нагревает воду до заданной температуры и отключается. Этот процесс периодически повторяется. Можно считать, что вода внутри термопота хорошо перемешивается и её температура во всех точках одинакова.



Если термопот заполнен водой полностью, настроен на поддержание температуры  $91\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а температура окружающего воздуха равна  $t_1 = 23\text{ }^{\circ}\text{C}$ , то подобный цикл повторяется раз в 21 минуту, из которых 3 минуты нагреватель работает, а оставшееся время выключен. Полная вместимость устройства  $V_0 = 4\text{ л}$ , а площадь внутреннего сечения термопота  $S = 66\text{ см}^2$ .

Известно, что мощность тепловых потерь определяется выражением  $P = \alpha S \Delta T$ , где  $\alpha$  — коэффициент теплопроводности материала, через который тепло уходит в окружающую среду,  $S$  — площадь, через которую происходят потери тепла,  $\Delta T$  — разность температур воды и окружающей среды. Плотность воды  $\rho = 1000\text{ кг/м}^3$ , её удельная теплоёмкость  $c = 4200\text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ .

а) Температура окружающего воздуха стала равна  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Как при этом изменилась периодичность включения нагревателя?

- Нагреватель стал включаться чаще
- Нагреватель стал включаться реже
- Периодичность включения нагревателя не изменилась
- Недостаточно данных

б) Температура окружающего воздуха стала равна  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Как при этом изменилась продолжительность работы нагревателя (время, в течение которого вода греется) за один цикл и почему?

- Нагреватель стал работать дольше, так как за время, пока нагреватель не работал, вода стала охлаждаться сильнее
- Нагреватель стал работать меньше, так как за время, пока нагреватель не работал, вода стала охлаждаться меньше
- Нагреватель стал работать дольше, так как за время, пока он работает, вода успевает отдавать больше тепла
- Нагреватель стал работать меньше, так как за время, пока он работает, вода успевает отдавать меньше тепла
- Продолжительность работы нагревателя не изменилась, так как за один цикл вода остывает на то же количество градусов и мощность нагревателя также не изменилась
- Недостаточно данных

в) Из термопота перелили в цилиндрический стакан  $V_1 = 450\text{ мл}$  воды. Через какие промежутки времени теперь будет повторяться цикл нагрева оставшейся воды в термопote?

В этом и последующих вопросах считайте, что температура окружающего воздуха  $t_1 = 23\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ответ выразите в минутах, округлите до десятых.

г) За какое время вода в стакане из предыдущего вопроса остынет с  $91\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $89\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

Радиус стакана  $r = 5\text{ см}$ . Стакан заполнен до краёв и закрыт крышкой. Стакан и крышка сделаны из материала, коэффициент теплопроводности которого в 2 раза больше по сравнению с материалом крышки термопота. Потерями тепла через дно стакана пренебречь. Примите  $\pi = 3.14$ . Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

д) Термопот вновь заполнен водой полностью, но переведён в режим поддержания температуры  $55\text{ }^{\circ}\text{C}$  и находится в таком режиме уже длительное время. Во сколько раз уменьшилась средняя потребляемая термопотом энергия при поддержании постоянной температуры воды по сравнению с ситуацией, описанной в условии задачи? Ответ округлите до сотых.

е) Аналоги современных термодатчиков существовали давно. Включение и выключение нагрева в подобных устройствах осуществлялось механическим способом с помощью датчика с биметаллической пластиной. В основе работы данного датчика лежит тепловое расширение твёрдых материалов. Разные материалы имеют разный коэффициент теплового расширения, в результате при одинаковом нагреве и начальной длине удлинение у разных материалов оказывалось разным:  $\Delta l = l_0 \cdot \beta \Delta T$ , где  $l_0$  — начальная длина материала,  $\beta$  — коэффициент теплового расширения,  $\Delta T$  — изменение температуры материала. В датчике с биметаллической пластиной концы двух пластин соединялись друг с другом небольшими проставками. При нагреве такая сборка пластин изгибалась и размыкала выключатель, а при остывании обратно распрямлялась и замыкала выключатель. Коэффициент линейного расширения железа  $\beta_{\text{ж}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , меди —  $\beta_{\text{м}} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

### Датчик с биметаллической пластиной

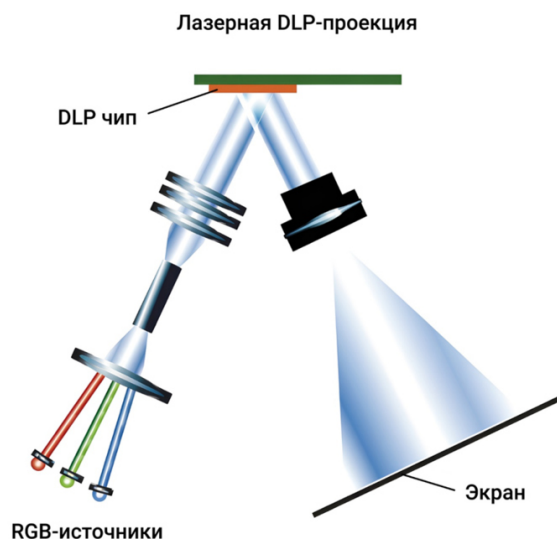
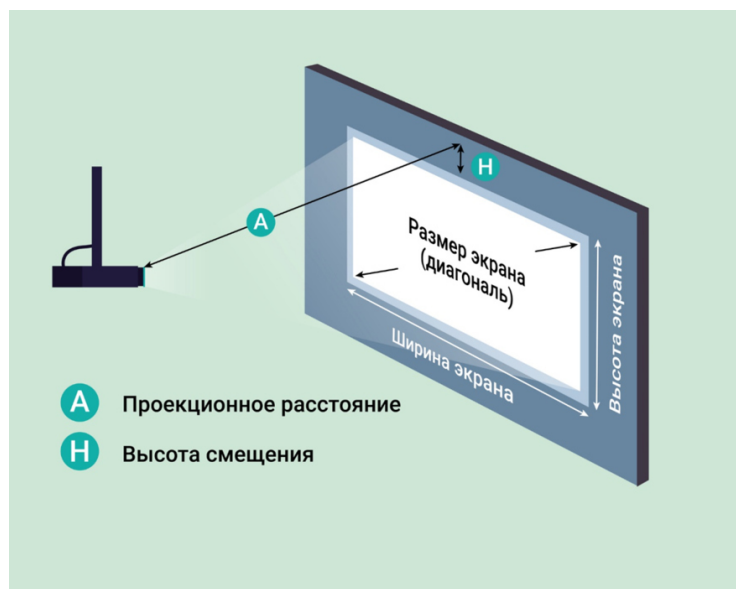


Определите радиус кривизны пластин при температуре  $89 \text{ }^\circ\text{C}$ . Высота проставки  $h = 2 \text{ мм}$ , длина пластин при  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  равна  $3 \text{ см}$ . Считайте, что обе пластины принимают форму дуг окружности с общим центром кривизны. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

**Задание 3. Вариант 1.** Мастер Шпунтик решил сделать домашний кинотеатр. Он купил проектор и внимательно прочитал инструкцию к нему. Оказалось, что оптимальное расположение проектора относительно экрана зависит от оптических характеристик объектива. При этом выделяют следующие основные характеристики проектора:

1. Проекционное расстояние — это расстояние ( $A$ ) от экрана до проектора.
2. Проекционное соотношение — это отношение проекционного расстояния ( $A$ ) к ширине экрана.
3. Сдвиг объектива — это параметр, характеризующий смещение объектива проектора по вертикали относительно верхнего края изображения.

$$\text{Сдвиг объектива} = \frac{\text{Высота экрана} + \text{Высота сдвига (H)}}{\text{Высота экрана}}.$$



У проектора Шпунтика проекционное соотношение составляет 1.4, а сдвиг объектива — 110 %. Внутреннее устройство проектора Шпунтику тоже было известно. Мощная лампа освещает матрицу из крошечных квадратных зеркал. По ширине матрица содержит 1920 зеркал, а по высоте — 1080. Размер самой матрицы — всего 1.65 см по диагонали. Каждое зеркало может поворачиваться так, что свет от него идёт либо в объектив, либо в световую ловушку, где поглощается. Получается, что на матрице можно выставить рисунок из зеркал, который через объектив проецируется на экран. Объектив считайте тонкой линзой.

- а) Чему равно отношение ширины матрицы к её высоте? Ответ округлите до сотых.
- б) Шпунтик хочет получить изображение шириной 120 см. Чему будет равна высота изображения? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.
- в) Шпунтик хочет получить изображение шириной 120 см. На каком оптимальном расстоянии от стены нужно расположить проектор? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.
- г) Какое увеличение даёт проектор в этом случае? Ответ округлите до целых.
- д) Чему равно фокусное расстояние линзы объектива? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до сотых.
- е) Шпунтику изображение показалось маленьким, и он решил увеличить его ширину до 320 см. Отодвинув проектор от стены на нужное расстояние, он понял, что изображение стало слишком тусклым. Во сколько раз нужно увеличить мощность лампы, чтобы яркость изображений в первом и втором случаях была одинакова? Ответ округлите до десятых.

## Матрица параметров к вариантам задания 3.

№ варианта	1	2	3	4
Проек-ое отношение	1.4	1.3	1.4	1.5
Число зеркал по ширине	1920	1920	1280	960
Число зеркал по высоте	1080	1080	720	540
d, см	1.65	1.19	0.84	0.84
Ширина изоб-я, см (пункт б-в)	120	130	140	150
Ширина изоб-я, см (пункт е)	320	330	340	350

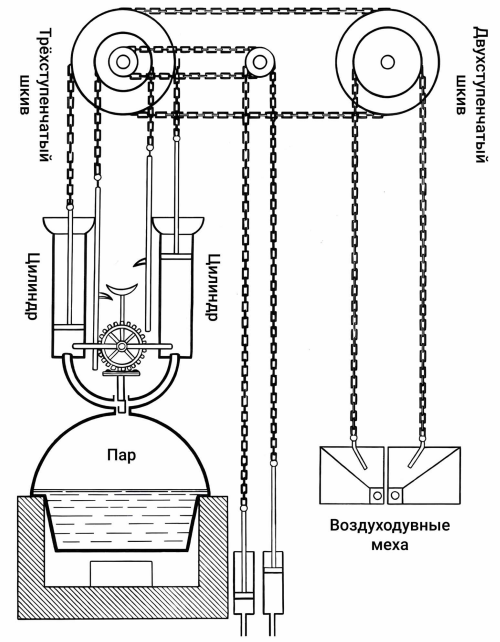
## Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

**Задание 1. Вариант 1.** Тепловая машина Ползунова (одна из первых тепловых машин) состоит из двух вертикальных цилиндров, в которых могут перемещаться массивные поршни, нагревателя, генерирующего водяной пар, резервуара с холодной водой, клапанов и системы приводов.

Работает машина следующим образом.

**Первый такт.** В начале такта поршень в одном из цилиндров находится почти у самого дна. Под поршень подают водяной пар при температуре  $t_{\text{п}} = 106 \text{ }^\circ\text{C}$ . При этом поршень медленно поднимается, не совершая никакой полезной работы (цепь не натянута). Подача пара прекращается в тот момент, когда поршень оказывается у верхнего края цилиндра.

**Второй такт.** В цилиндр впрыскивается холодная вода. Пар в цилиндре быстро охлаждается и практически полностью конденсируется. Возникает внешняя сила, которая с постоянной скоростью опускает поршень в исходное положение. В самом конце такта в дне цилиндра открывается отверстие для слива воды. При помощи системы ступенчатых блоков и цепей, которые не проскальзывают по блокам, эта сила может совершать полезную работу, например, качать воздуходувные меха для плавильной печи.



Во втором цилиндре происходят те же процессы, только в противофазе с первым цилиндром.

а) Чему равно давление водяного пара под поршнем в конце первого такта?

Атмосферное давление  $P_0 = 100 \text{ кПа}$ , площадь поперечного сечения поршня  $S = 0.18 \text{ м}^2$ , а масса поршня вместе со штоком  $m = 2.6 \text{ кг}$ . Считайте, что в верхнем положении поршень достигал состояния равновесия, присоединённая к нему цепь не была натянута. Примите  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ выразите в килопаскалях, округлите до сотых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [100.13; 100.15]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

б) Какую массу водяного пара нужно закачать под поршень в первом такте для поднятия поршня к верхнему краю цилиндра?

Высота поднятия поршня  $h = 3.5 \text{ м}$ , молярная масса водяного пара  $\mu = 18 \text{ г/моль}$ . Считайте, что температура пара в цилиндре равна температуре подаваемого пара. Примите  $R = 8.31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ . Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [360; 362]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

в) Во втором такте можно считать, что конденсация пара происходит очень быстро. Это значит, что за время конденсации поршень не успевает сместиться из положения равновесия, а также можно пренебречь теплообменом с окружающей средой. Какую минимальную массу холодной воды, взятой при температуре  $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ , необходимо выпрыснуть под поршень, чтобы весь водяной пар полностью сконденсировался?

Считайте, что к окончанию процесса конденсации в цилиндре под поршнем практически вся вода оказывается в жидком состоянии при температуре  $t_{\text{к}} = 96 \text{ }^\circ\text{C}$ . Теплообменом с окружающей средой и теплоёмкостями цилиндра и поршня пренебречь. Удельная теплота парообразования воды  $L = 2.3 \text{ МДж/кг}$ , удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}$ . Ответ выразите в килограммах, округлите до сотых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [2.07; 2.11]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

г) Какую полезную работу совершит сила давления на поршень за второй такт? Ответ выразите в килоджоулях, округлите до десятых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [62.9; 63.1]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

д) На сколько поднимется подвижная часть воздуходувных мехов при опускании поршня, если радиусы двухступенчатого шкива отличаются в  $n = 2.0$  раза? Большие радиусы трёхступенчатого и двухступенчатого шкивов равны. Ответ выразите в метрах, округлите до сотых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [1.74; 1.76]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

**Максимальный балл за задание — 10**

**Решение.**

а) Так как в конце первого такта поршень находится в равновесии, давление пара под поршнем в этот момент равно внешнему давлению. Внешнее давление складывается из двух составляющих: давление атмосферы и давление, создаваемое силой тяжести поршня. Тогда можно записать формулу:

$$P_{\text{пара}} = P_0 + \frac{mg}{S} = 100000 + \frac{2.6 \cdot 10}{0.18} = 100144 \text{ Па} \approx 100.14 \text{ кПа.}$$

б) Зная давление пара, теперь можно вычислить его массу при помощи уравнения состояния идеального газа:

$$P_{\text{пара}} V = \frac{m}{\mu} RT,$$

где  $\mu = 0.018 \text{ кг/м}^3$  — молярная масса воды;  $V = S \cdot h$  — объём цилиндра, занимаемый паром к концу первого такта,  $T$  — температура пара, переведённая в градусы Кельвина. Тогда получаем формулу для вычисления массы пара:

$$m = \frac{P_{\text{пара}} S h \mu}{RT} = 0.3606 \text{ кг} \approx 361 \text{ г.}$$

в) Так как процесс конденсации происходит быстро, систему можно считать теплоизолированной и применять к ней уравнение теплового баланса. Рассмотрим процессы, которые в ней происходят. Конденсация пара  $Q_1 = -L \cdot m_{\text{пара}}$ . Знак минус показывает, что при этом процессе количество теплоты выделяется. Охлаждение образовавшейся воды:  $Q_2 = cm_{\text{пара}}(96^\circ\text{C} - t_{\text{п}})$ . Нагрев воды, которую впрыскивают под поршень, от начальной температуры до температуры  $96^\circ\text{C}$ :  $Q_3 = cm_{\text{воды}}(96^\circ\text{C} - t_{\text{воды}})$ .

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.$$

Выразим массу воды:

$$m_{\text{воды}} = \frac{(L + c(t_{\text{п}} - 96^\circ\text{C})) \cdot m_{\text{пара}}}{c(96^\circ\text{C} - t_{\text{воды}})} = 2.09 \text{ кг.}$$

г) Во втором такте полезную работу совершают только внешние силы, действующие на поршень (сила атмосферного давления и сила тяжести поршня), так как по условию практически вся вода сконденсировалась и давление пара под поршнем близко к нулю.

Тогда работу будем находить по формуле механической работы  $A = F_{\text{внеш}} h \cos \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между направлением силы и направлением перемещения точки приложения силы. В данном случае  $\alpha = 0$ , и тогда  $\cos \alpha = 1$ .  $h$  — перемещение поршня, равное высоте цилиндра,  $F_{\text{внеш}} = P_0 S + mg$  — результирующая внешняя сила, действующая на поршень. Подставим всё в одну формулу:  $A = (P_0 S + mg) \cdot h = 63 \text{ кДж}$ .

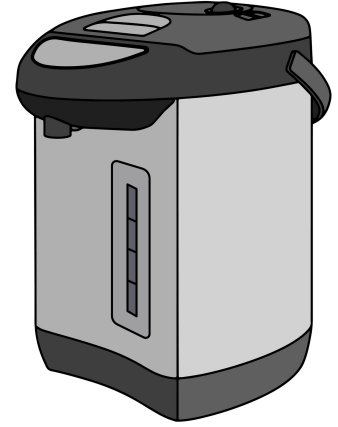
д) Из рисунка видно, что усилие, создаваемое поршнем во втором такте, передаётся на больший радиус двухступенчатого шкива, а цепь, поднимающая подвижную часть мехов, присоединена к малому радиусу двухступенчатого шкива. Таким образом, эта конструкция должна давать выигрыш в силе, равный  $n$  — отношению радиусов двухступенчатого шкива. Согласно «золотому правилу» механики, выигрыш в силе равен проигрышу в расстоянии, поэтому высота поднятия подвижной части мехов  $X$  связана с перемещением поршня  $h$  следующим образом:

$$X = \frac{h}{n} = 1.75 \text{ м.}$$

**Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.**

№ варианта	$t_{\text{п}},$ $^\circ\text{C}$	$P_0,$ кПа	$S,$ $\text{м}^2$	$m,$ кг	Ответ (пункт а)	$h,$ м	Ответ (пункт б)	Ответ (пункт в)	Ответ (пункт г)	$n$	Ответ (пункт д)
1	106	100	0.18	2.6	[100.13; 100.15]	3.5	[360; 362]	[2.07; 2.11]	[62.9; 63.1]	2.0	[1.74; 1.76]
2	105	106	0.15	2.0	[106.12; 106.14]	3.4	[309; 311]	[1.78; 1.82]	[54.0; 54.2]	2.1	[1.61; 1.63]
3	104	106.5	0.16	2.1	[106.62; 106.64]	3.3	[322; 324]	[1.85; 1.89]	[56.1; 56.3]	2.2	[1.49; 1.51]
4	103	107	0.17	2.4	[107.13; 107.15]	3.2	[335; 337]	[1.92; 1.96]	[58.1; 58.3]	2.3	[1.38; 1.40]

**Задание 2. Вариант 1.** Термопот — это бытовой электроприбор, объединяющий функции чайника и термоса (чайник-термос). Он кипятит воду и длительное время поддерживает её заданную температуру. Термопот хорошо держит тепло за счёт качественной теплоизоляции его стенок и дна, поэтому можно считать, что потери тепла идут только через крышку термопота. Для поддержания температуры воды в термопote периодически включается электрический нагреватель. Алгоритм работы нагревателя следующий: при остывании воды до температуры на 2 градуса ниже заданной нагреватель включается, нагревает воду до заданной температуры и отключается. Этот процесс периодически повторяется. Можно считать, что вода внутри термопота хорошо перемешивается и её температура во всех точках одинакова.



Если термопот заполнен водой полностью, настроен на поддержание температуры  $91\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а температура окружающего воздуха равна  $t_1 = 23\text{ }^{\circ}\text{C}$ , то подобный цикл повторяется раз в 21 минуту, из которых 3 минуты нагреватель работает, а оставшееся время выключен. Полная вместимость устройства  $V_0 = 4\text{ л}$ , а площадь внутреннего сечения термопота  $S = 66\text{ см}^2$ .

Известно, что мощность тепловых потерь определяется выражением  $P = \alpha S \Delta T$ , где  $\alpha$  — коэффициент теплопроводности материала, через который тепло уходит в окружающую среду,  $S$  — площадь, через которую происходят потери тепла,  $\Delta T$  — разность температур воды и окружающей среды. Плотность воды  $\rho = 1000\text{ кг/м}^3$ , её удельная теплоёмкость  $c = 4200\text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ .

а) Температура окружающего воздуха стала равна  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Как при этом изменилась периодичность включения нагревателя?

**Ответ:**

- ✓ Нагреватель стал включаться чаще
- Нагреватель стал включаться реже
- Периодичность включения нагревателя не изменилась
- Недостаточно данных

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 1 балл

б) Температура окружающего воздуха стала равна  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Как при этом изменилась продолжительность работы нагревателя (время, в течение которого вода греется) за один цикл и почему?

**Ответ:**

- Нагреватель стал работать дольше, так как за время, пока нагреватель не работал, вода стала охлаждаться сильнее
- Нагреватель стал работать меньше, так как за время, пока нагреватель не работал, вода стала охлаждаться меньше
- ✓ Нагреватель стал работать дольше, так как за время, пока он работает, вода успевает отдавать больше тепла
- Нагреватель стал работать меньше, так как за время, пока он работает, вода успевает отдавать меньше тепла
- Продолжительность работы нагревателя не изменилась, так как за один цикл вода остывает на то же количество градусов и мощность нагревателя также не изменилась
- Недостаточно данных

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 1 балл

в) Из термопота перелили в цилиндрический стакан  $V_1 = 450\text{ мл}$  воды. Через какие промежутки времени теперь будет повторяться цикл нагрева оставшейся воды в термопote?

В этом и последующих вопросах считайте, что температура окружающего воздуха  $t_1 = 23\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ответ выразите в минутах, округлите до десятых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [18.5; 18.7]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

г) За какое время вода в стакане из предыдущего вопроса остынет с  $91\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $89\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

Радиус стакана  $r = 5\text{ см}$ . Стакан заполнен до краёв и закрыт крышкой. Стакан и крышка сделаны из материала, коэффициент теплопроводности которого в 2 раза больше по сравнению с материалом крышки термопота. Потерями тепла через дно стакана пренебречь. Примите  $\pi = 3.14$ . Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

**Ответ:** 16

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

д) Термопот вновь заполнен водой полностью, но переведён в режим поддержания температуры  $55\text{ }^{\circ}\text{C}$  и находится в таком режиме уже длительное время. Во сколько раз уменьшилась средняя потребляемая термопотом энергия при поддержании постоянной температуры воды по сравнению с ситуацией, описанной в условии задачи? Ответ округлите до сотых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [2.13; 2.19]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

е) Аналоги современных термопотов существовали давно. Включение и выключение нагрева в подобных устройствах осуществлялось механическим способом с помощью датчика с биметаллической пластиной. В основе работы данного датчика лежит тепловое расширение твёрдых материалов. Разные материалы имеют разный коэффициент теплового расширения, в результате при одинаковом нагреве и начальной длине удлинение у разных материалов оказывалось разным:  $\Delta l = l_0 \cdot \beta \Delta T$ , где  $l_0$  — начальная длина материала,  $\beta$  — коэффициент теплового расширения,  $\Delta T$  — изменение температуры материала. В датчике с биметаллической пластиной концы двух пластин соединялись друг с другом небольшими проставками. При нагреве такая сборка пластин изгибалась и размыкала выключатель, а при остывании обратно распрямлялась и замыкала выключатель. Коэффициент линейного расширения железа  $\beta_{\text{ж}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , меди —  $\beta_{\text{м}} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

### Датчик с биметаллической пластиной



Определите радиус кривизны пластин при температуре  $89^\circ \text{C}$ . Высота проставки  $h = 2$  мм, длина пластин при  $0^\circ \text{C}$  равна 3 см. Считайте, что обе пластины принимают форму дуг окружности с общим центром кривизны. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [448; 450]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

**Максимальный балл за задание — 10**

**Решение.**

а-б) Так как разность температур воды и окружающей среды увеличилась, мощность тепловых потерь, которая определяется выражением  $P = \alpha S \Delta T$ , тоже выросла, то есть вода стала быстрее отдавать тепло. Это приводит сразу к двум эффектам: с одной стороны, проходит меньше времени с момента отключения нагревателя до момента остывания воды на 2 градуса, с другой стороны, время работы нагревателя несколько увеличивается. Это связано с тем, что в процессе работы нагревателя вода продолжает отдавать тепло в окружающую среду, и если это происходит быстрее, то и нагреватель вынужден подвести к воде больше энергии для её нагрева на 2 градуса, а для этого требуется больше времени. Поэтому правильный ответ на второй вопрос будет: «Нагреватель стал работать дольше, так как за время, пока он работает, вода успевает отдавать больше тепла».

Сравним, как изменится время остывания воды (при выключенном нагревателе) и время работы нагревателя. Пусть разность температур воды и окружающей среды увеличилась в  $k$  раз, тогда и мощность потерь увеличится в  $k$  раз. Время остывания воды при этом уменьшится в  $k$  раз. А вот время работы нагревателя увеличится менее чем в  $k$  раз. Качественно это можно понять из двух утверждений:

— мощность нагревателя в несколько раз превышает мощность тепловых потерь (следует из продолжительности работы нагревателя за один цикл);

— тепло, выделяемое нагревателем, идёт по большей части на нагрев воды, а не рассеивается, поэтому увеличение потерь в  $k$  раз приводит к увеличению выработки тепла менее чем в  $k$  раз. Из вышесказанного следует, что нагреватель стал включаться чаще (продолжительность рабочего цикла стала меньше).

в) Масса воды, когда чайник заполнен полностью:  $m_0 = \rho V_0 = 1000 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4$  кг.

Масса воды, которая останется в чайнике:  $m = m_0 - \rho V_1 = 4 - 1000 \cdot 450 \cdot 10^{-6} = 3.55$  кг.

Запишем закон сохранения энергии для воды массой  $m$  в процессе нагрева.

$$P_{\text{термопота}} \cdot \tau_1 = c m_0 \Delta T_{\text{воды}} + \alpha S (T_{\text{воды ср}} - t_1) \cdot \tau_1, \text{ откуда}$$

$$(P_{\text{термопота}} - \alpha S (T_{\text{воды ср}} - t_1)) \cdot \tau_1 = c m_0 \Delta T_{\text{воды}}.$$

Заметим, что при фиксированном температурном режиме работы термопота выражение  $(P_{\text{термопота}} - \alpha S (T_{\text{воды ср}} - t_1))$  является постоянной величиной, так же как и  $c \Delta T_{\text{воды}}$ . Из этого можно сделать вывод, что время нагрева прямо пропорционально массе воды в термопоте.

Запишем закон сохранения энергии для воды массой  $m$  в процессе остывания.

$$c m_0 \Delta T_{\text{воды}} = \alpha S (T_{\text{воды ср}} - t_1) \cdot \tau_2.$$

Здесь также при фиксированном температурном режиме работы термопота величины  $c \Delta T_{\text{воды}}$  и  $\alpha S (T_{\text{воды ср}} - t_1)$  будут константами, поэтому время остывания также оказывается пропорционально массе воды.

Значит, и продолжительность цикла работы термопота пропорциональна массе воды.

$$\tau' = (\tau_1 + \tau_2) \frac{m}{m_0} = 21 \cdot \frac{3.55}{4} = 18.64 \text{ мин.}$$

г) Высота налитой в стакан воды:  $h = \frac{V_1}{\pi r^2}$ .

Её масса:  $m_c = \rho V_1 = 1000 \cdot 450 \cdot 10^{-6} = 0.45$  кг.

Из решения предыдущего вопроса известно:  $\alpha S(T_{\text{воды}} - t_1) = \frac{cm_0 \Delta T_{\text{воды}}}{\tau_2}$ .

Для стаканчика подобный закон сохранения энергии при охлаждении принимает следующий вид:

$$2\alpha(\pi r^2 + 2\pi r h)(T_{\text{воды}} - t_1) = \frac{cm_c \Delta T_{\text{воды}}}{\tau_5}.$$

Поделив одно уравнение на другое, получим  $\frac{2(\pi r^2 + 2V_1/r)}{S} = \frac{m_c \tau_2}{\tau_5 m_0}$ .

В результате вода в стакане остынет за  $\tau_5 = \frac{m_c \tau_2 S}{m_0 \cdot 2 \left( \pi r^2 + \frac{2V_1}{r} \right)} = \frac{0.45 \cdot 18 \cdot 60 \cdot 66 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 2 \cdot \left( 3.14 \cdot 0.05^2 + \frac{2 \cdot 450 \cdot 10^{-6}}{0.05} \right)} \approx 16$  сек.

д) Вся потребляемая термопотом энергия в итоге уходит в окружающую среду за счёт потерь. Поэтому отношение значений энергопотребления в первом и втором режимах работы будет равно отношению потерь тепла в этих режимах.

Единственным изменяющимся параметром, влияющим на потери тепла, является разность температур воды и окружающей среды. Нужно отметить, что эта разность с течением времени постоянно изменяется, так как температура воды в термопоте изменяется в пределах 2 градусов, поэтому для более точной оценки лучше взять разность между средней температурой воды и температурой окружающей среды.

В результате получим:

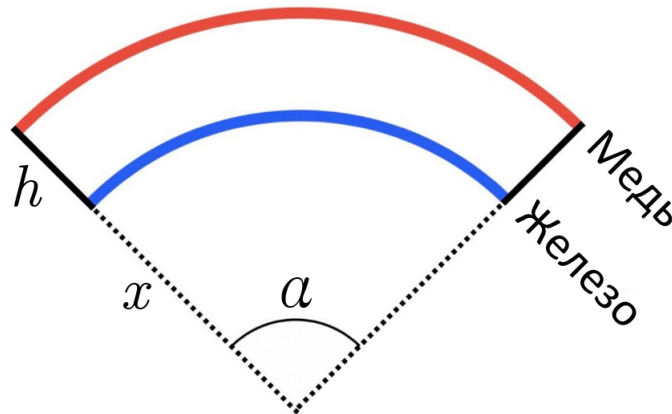
$$\frac{P_{\text{термопота}_1}}{P_{\text{термопота}_2}} = \frac{P_{\text{потерь}_1}}{P_{\text{потерь}_2}} = \frac{90 - 23}{54 - 23} = 2.16.$$

е) Длина медной пластины после нагрева:

$$l_M = l_0 + l_0 \beta_M \cdot (89 - 0).$$

Длина железной пластины после нагрева:

$$l_{\text{ж}} = l_0 + l_0 \beta_{\text{ж}} \cdot (89 - 0).$$



Связь длин пластин с радиусом кривизны и углом при вершине дуги:

$$l_M = \alpha(h + x),$$

$$l_{\text{ж}} = \alpha x.$$

Получаем:

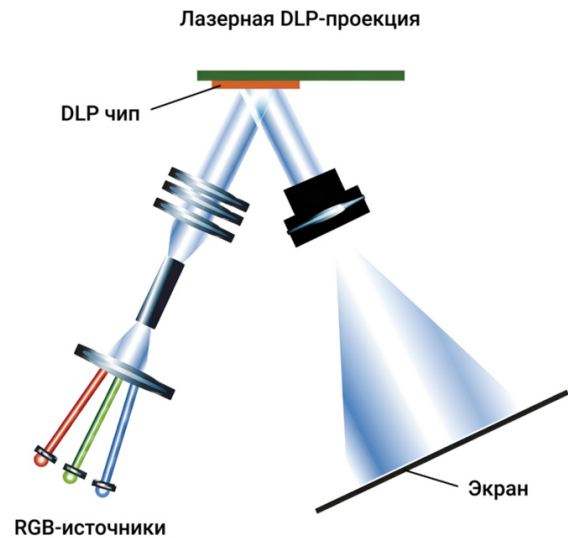
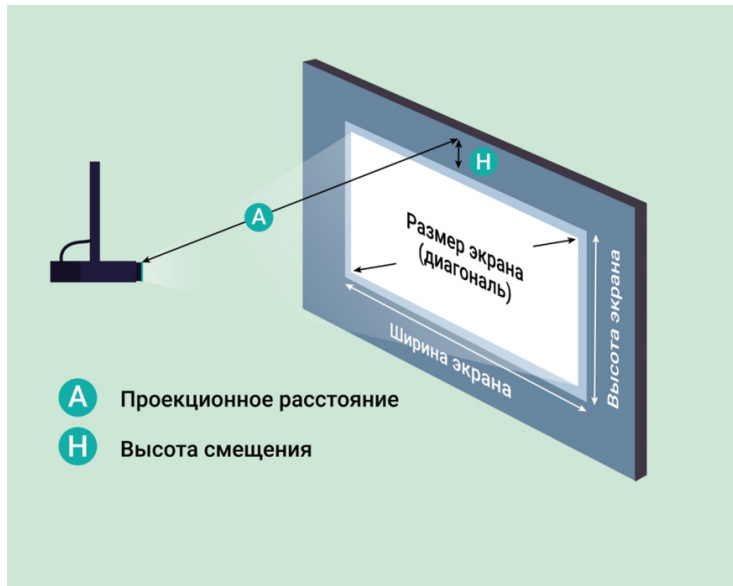
$$x = \frac{hl_{\text{ж}}}{l_M - l_{\text{ж}}} = \frac{hl_{\text{ж}}}{(\beta_M - \beta_{\text{ж}}) \cdot (95 - 0)l_0} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot (0.03 + 3.2 \cdot 10^{-5})}{1.335 \cdot 10^{-5}} = 4.499 \text{ м} \approx 450 \text{ см}.$$

P. S. На самом деле можно в числителе вместо  $l_{\text{ж}}$  подставить просто  $l_0$ , разница в ответе составит примерно 0.1 %.

**Задание 3. Вариант 1.** Мастер Шпунтик решил сделать домашний кинотеатр. Он купил проектор и внимательно прочитал инструкцию к нему. Оказалось, что оптимальное расположение проектора относительно экрана зависит от оптических характеристик объектива. При этом выделяют следующие основные характеристики проектора:

1. Проекционное расстояние — это расстояние ( $A$ ) от экрана до проектора.
2. Проекционное соотношение — это отношение проекционного расстояния ( $A$ ) к ширине экрана.
3. Сдвиг объектива — это параметр, характеризующий смещение объектива проектора по вертикали относительно верхнего края изображения.

$$\text{Сдвиг объектива} = \frac{\text{Высота экрана} + \text{Высота сдвига (H)}}{\text{Высота экрана}}$$



У проектора Шпунтика проекционное соотношение составляет 1.4, а сдвиг объектива — 110 %. Внутреннее устройство проектора Шпунтику тоже было известно. Мощная лампа освещает матрицу из крошечных квадратных зеркал. По ширине матрица содержит 1920 зеркал, а по высоте — 1080. Размер самой матрицы — всего 1.65 см по диагонали. Каждое зеркало может поворачиваться так, что свет от него идёт либо в объектив, либо в световую ловушку, где поглощается. Получается, что на матрице можно выставить рисунок из зеркал, который через объектив проецируется на экран. Объектив считайте тонкой линзой.

а) Чему равно отношение ширины матрицы к её высоте? Ответ округлите до сотых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [1.77; 1.79]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 1 балл

б) Шпунтик хочет получить изображение шириной 120 см. Чему будет равна высота изображения? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [67; 69]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 1 балл

в) Шпунтик хочет получить изображение шириной 120 см. На каком оптимальном расстоянии от стены нужно расположить проектор? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

**Ответ:** 168

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

г) Какое увеличение даёт проектор в этом случае? Ответ округлите до целых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [82; 84]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

д) Чему равно фокусное расстояние линзы объектива? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до сотых.

**Ответ:** засчитывается в диапазоне [1.98; 2.00]

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

е) Шпунтику изображение показалось маленьким, и он решил увеличить его ширину до 320 см. Отодвинув проектор от стены на нужное расстояние, он понял, что изображение стало слишком тусклым. Во сколько раз нужно увеличить мощность лампы, чтобы яркость изображений в первом и втором случаях была одинакова? Ответ округлите до десятых.

**Ответ:** 7.1

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 2 балла

**Максимальный балл за задание — 10**

**Решение.**

а) По условию маленькие зеркала являются квадратными, пусть их сторона равна  $d$ . Ширина матрицы равна  $1920 \cdot d$ , а высота —  $1080 \cdot d$ . Получаем, что отношение ширины матрицы к её высоте равно

$$\frac{1920 \cdot d}{1080 \cdot d} = 1.78.$$

Это одно из стандартных соотношений для экранов (16 : 9).

б) Изображение освещённой матрицы из зеркал проецируется на экран через объектив. При этом пропорции сохраняются. Поэтому отношение ширины изображения и его высоты будет таким же, как у матрицы, 1.78. Получаем, что высота изображения равна:

$$\frac{120 \text{ см}}{1.78} = 68 \text{ см.}$$

в) По условию, для проектора Шпунтика проекционное соотношение составляет 1.40. Это отношение искомого расстояния к ширине экрана. Получаем, что оптимальное расстояние от проектора до экрана равно:

$$120 \text{ см} \cdot 1.40 = 168 \text{ см.}$$

г) Чтобы найти увеличение, нужно сравнить размер изображения на экране и размер матрицы. Удобнее всего использовать длину диагонали. По условию, для матрицы это 1.65 см. Для изображения на экране найдём диагональ по теореме Пифагора:

$$\sqrt{120^2 + \left(\frac{120}{1.78}\right)^2} = 137.64 \text{ см.}$$

Увеличение равно:

$$\Gamma = \frac{137.64 \text{ см}}{1.65 \text{ см}} = 83.44 \approx 83.$$

д) Фокусное расстояние линзы объектива найдём по формуле тонкой линзы  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ , где  $F$  — фокусное расстояние линзы,  $d$  — расстояние от линзы до источника,  $f$  — расстояние от линзы до экрана. Расстояние от линзы проектора до экрана  $f = 168$  см нам известно. Так же учтём, что известно увеличение

$$\Gamma = \frac{f}{d} = 83.44.$$

Получаем, что

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{\Gamma}{f} + \frac{1}{f} = \frac{\Gamma + 1}{f}.$$

Находим фокусное расстояние:

$$F = \frac{f}{\Gamma + 1} = \frac{168}{1 + 83.44} = 1.99 \text{ см.}$$

е) Яркость изображения определяется энергией света, попадающей на единицу площади в единицу времени, т. е. мощностью, приходящейся на единицу площади  $P/S$ . По условию яркость в первом и втором случаях оставалась одинаковой, поэтому  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{S_2}{S_1}$ . Так как изображение сохраняет прямоугольную форму и отношение ширины к высоте остаётся постоянным,

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{\text{Ш}_2}{\text{Ш}_1}\right)^2,$$

где Ш — ширина изображения.

Искомое отношение:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{320}{120}\right)^2 = 7.11 \approx 7.1.$$

## Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	1	2	3	4
Проек-ое отношение	1.4	1.3	1.4	1.5
Число зеркал по ширине	1920	1920	1280	960
Число зеркал по высоте	1080	1080	720	540
d, см	1.65	1.19	0.84	0.84
Ширина изоб-я, см (пункт б-в)	120	130	140	150
Ширина изоб-я, см (пункт е)	320	330	340	350
Ответ (пункт а)	[1.77; 1.79]	[1.77; 1.79]	[1.77; 1.79]	[1.77; 1.79]
Ответ (пункт б)	[67; 69]	[72; 74]	[78; 80]	[83; 85]
Ответ (пункт в)	168	169	196	225
Ответ (пункт г)	[82; 84]	[124; 126]	[190; 192]	[204; 206]
Ответ (пункт д)	[1.98; 2.00]	[1.33; 1.35]	[1.01; 1.03]	[1.08; 1.10]
Ответ (пункт е)	7.1	6.4	5.9	5.4