



Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

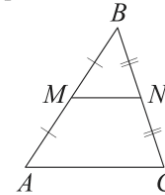
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

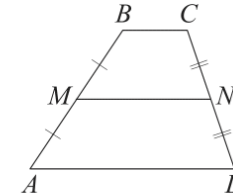
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

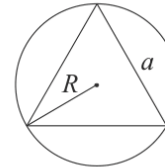


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

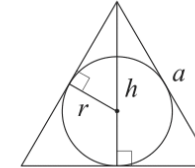


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

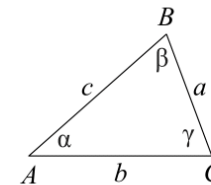
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



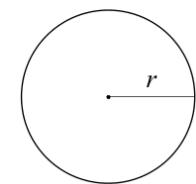
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

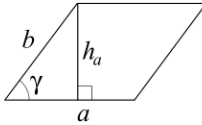
Площадь круга $S = \pi r^2$





Площади фигур

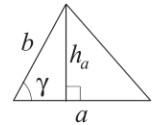
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

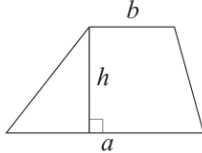
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

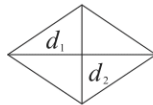
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

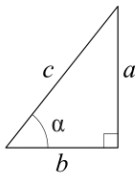
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина 3,5 м, ширина 2 м, высота 2,1 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

Печь	Тип	Отапливаемый объём, куб. м	Масса, кг	Цена, руб.
Килиманджаро	дровяная	8-12	48	17000
Огонёк	дровяная	10-18	65	27000
Дельфин	электрическая	9-15	15	18000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведение специального кабеля, что обойдётся в 7000 руб. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 4500 киловатт-часов электроэнергии по 3 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 4 куб. м дров, которые обойдутся по 1300 руб. за 1 куб. м.

- 1 Найдите объём парного отделения строящейся бани (в куб. м).
 Ответ: _____.
- 2 На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?
 Ответ: _____.



3 На сколько рублей эксплуатация дровяной печи, которая подходит по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дороже эксплуатации электрической в течение года?

Ответ: _____.

4 Доставка печи из магазина до участка стоит 1100 рублей. При покупке печи ценой выше 20000 рублей магазин предлагает скидку 7% на товар и 50% на доставку. Сколько будет стоить покупка печи «Огонёк» вместе с доставкой на этих условиях?

Ответ: _____.

5 Хозяин выбрал дровяную печь. Чертёж печи показан на рис. 2. Размеры указаны в см.



Рис. 1

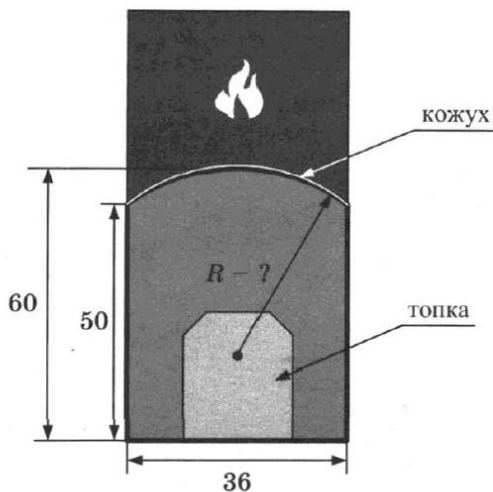


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис.). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха показаны на рисунке. Найдите радиус в сантиметрах.

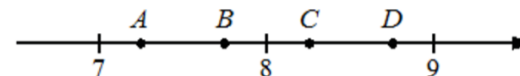
Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\frac{8,8 \cdot 0,8}{4,4}$$

Ответ: _____.

7 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Одна из них соответствует числу $\frac{58}{7}$. Какая это точка?

- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$$

при $x = 0,1$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$$(-5x + 3)(-x + 6) = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

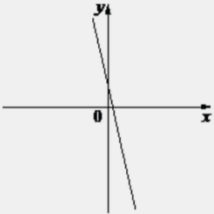
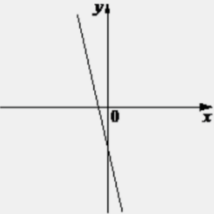
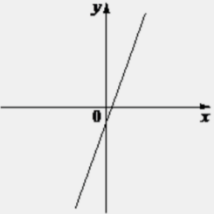




10 В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

Ответ: _____.

11 На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ		
А) $k < 0, b < 0$	Б) $k < 0, b > 0$	В) $k > 0, b < 0$
ГРАФИКИ		
1) 	2) 	3) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длиной более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$$5x + 4 \leq x + 6.$$

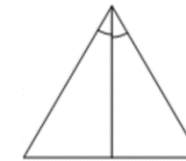
- 1) $(-\infty; 0,5]$
- 2) $(-\infty; 2,5]$
- 3) $[0,5; +\infty)$
- 4) $[2,5; +\infty)$

Ответ:

14 Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после шестикратного деления их стало 1280?

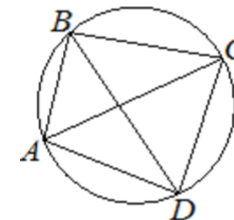
Ответ: _____.

15 Биссектриса равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



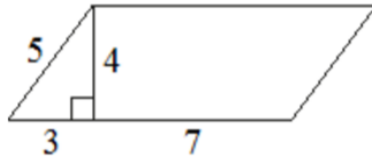
Ответ: _____.

16 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 39° , угол CAD равен 55° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



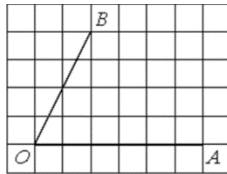
Ответ: _____.

- 17 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

- 18 Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 2) Середины перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- 3) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите неравенство

$$(x - 11)^2 < \sqrt{5}(x - 11).$$

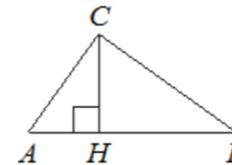
- 21 Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

- 22 Постройте график функции

$$y = |x^2 - 9|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

- 23 На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH , $AH = 2$, $BH = 18$. Найдите CH .



- 24 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

- 25 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 6$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 124° и 116° .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	14,7		
2	2000		
3	8300		
4	25660		
5	21,2		
6	1,6		
7	3		
8	0,02		
9	0,6		
10	0,4		
11	213		
12	260		
13	1		
14	20		
15	24		
16	94		
17	40		
18	2		
19	2		
20	$(11; 11 + \sqrt{5})$		
21	18		
22	4		
23	6		
24	■		
25	12		



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

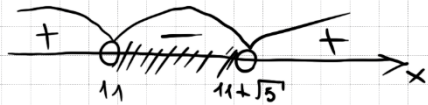
20

Решите неравенство $(x - 11)^2 < \sqrt{5}(x - 11)$.

536E9B

$$(x - 11)^2 - \sqrt{5} \cdot (x - 11) < 0$$

$$(x - 11) \cdot (x - 11 - \sqrt{5}) < 0$$



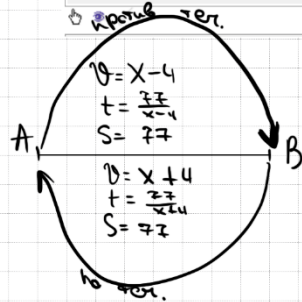
Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $(11; 11 + \sqrt{5})$

21

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

930157



$$t_{\text{вверх}} - t_{\text{вниз}} = 2$$

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4)}{(x-4)(x+4)} = 2$$

$$\frac{77 \cdot 8}{x^2 - 16} = 2$$

$$\frac{616}{x^2 - 16} = 2 \quad | :2$$

$$\frac{308}{x^2 - 16} = 1$$

$$x^2 - 16 = 308$$

$$x^2 = 324$$

$$x = 18$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 18

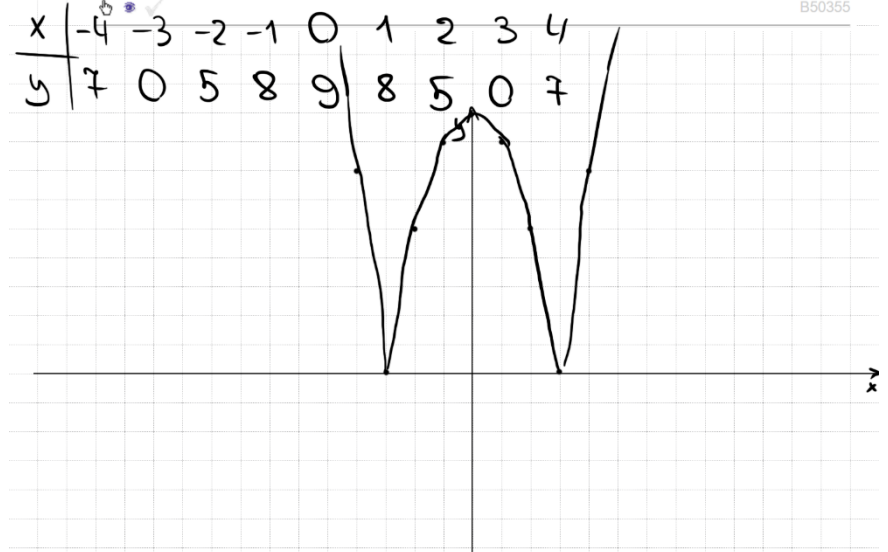
22

Постройте график функции

$$y = |x^2 - 9|$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

B50355



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

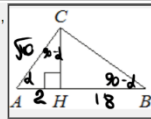
ОТВЕТ: 4 или $y(0; 9)$





23

На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH , $AH = 2$, $BH = 18$. Найдите CH .



3F683D

① $\triangle ACK \sim \triangle ABC$ по 2 углам (α и 90°)

$$\frac{2}{AC} = \frac{AC}{20} = \frac{CK}{BC}$$

$$AC^2 = 40$$

$$AC = \sqrt{40}$$

② $\triangle ACK$: $CK = \sqrt{AC^2 - 2^2} = 6$

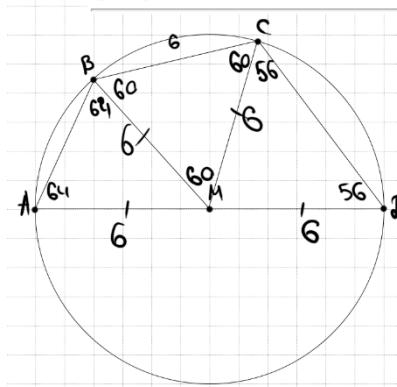
ОТВЕТ: 6

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 6$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 124° и 116° .

66B052



- ① опишем окружность $ABCD$ с M - O
- ② $\angle B = 124$
 $\angle D = 180 - 124 = 56$
 $\angle C = 116$
 $\angle A = 180 - 116 = 64$
- ③ Рассмотрим $\triangle BCM$ - равност.
- ④ $AD = 6 + 6 = 12$

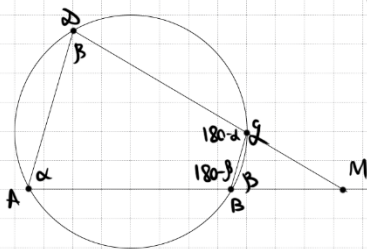
ОТВЕТ: 12

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

9B683D



- ① Пусть $\angle BAD = \alpha$
 $\angle ADC = \beta$
 Тогда $\angle BCD = 180 - \alpha$
 $\angle ABC = 180 - \beta$
 - ② $\angle BCM = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$
 $\angle DAM = 180 - (180 - \beta) = \beta$
- $\Rightarrow \triangle MBC \sim \triangle MDA$ по 2 углам (α и β)

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 232/551, зарегистрирован Минюстом России 12.05.2023 № 73292)

«72. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями развёрнутых ответов (в том числе устных) на задания КИМ в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый развёрнутый ответ на задания КИМ. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в первичных баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Третий эксперт назначается по согласованию с председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося.

Существенными считаются следующие расхождения.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

