

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

-0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

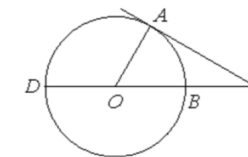
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

1

Угол  $\angle ACO$  равен  $28^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности с центром в точке  $O$ . Сторона  $CO$  пересекает окружность в точках  $B$  и  $D$  (см. рис.). Найдите градусную меру дуги  $AD$  окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

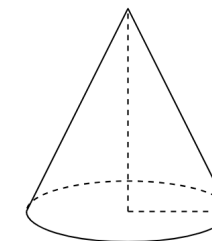


2

Даны векторы  $\vec{a}(5; 3)$  и  $\vec{b}(4; -6)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

3

Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 11 раз, а высота останется прежней?



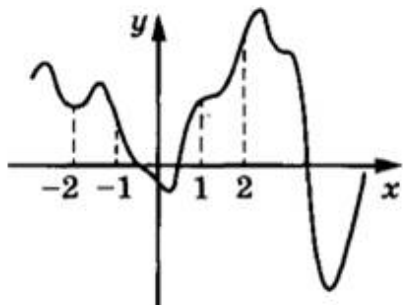
4 В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 12 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

5 Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,5 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,7?

6 Найдите корень уравнения  $5^{x-2} = 125$ .

7 Найдите значение выражения  $\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \sin^2 \frac{15\pi}{8}$ .

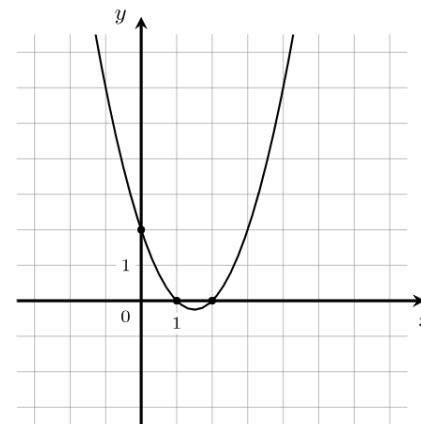
8 На рисунке изображён график  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки -2, -1, 1, 2. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 100 мг. Период его полураспада составляет 2 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг.

10 Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 285 литров она заполняет на 4 минуты дольше, чем вторая труба?

11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите значение  $f(-2)$ .



12 Найдите точку максимума функции  $y = (x + 3) \cdot e^{3-x}$ .



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

- а) Решите уравнение  $\log_3(\sin x - \sin 2x + 27) = 3$   
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-7\pi/2; -2\pi]$

14

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 30, а боковое ребро  $SA$  равно 28. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $a$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- а) Докажите, что плоскость  $a$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .  
 б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $a$ .

15

Решите неравенство

$$11^x - 6 - \frac{24 \cdot 11^x - 244}{121^x - 16 \cdot 11^x + 60} \leq \frac{1}{11^x - 10}.$$

16

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 700 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2760 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

17

Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .

- а) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$ .  
 б) Найдите  $BC$ , если  $AH = 8\sqrt{3}$  и  $\angle BAC = 60^\circ$ .

18

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a(x^2 + y^2) - ax + (a - 3)y + 1 = 0 \\ xy - 1 = y - x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19

Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности найденных сумм и полученные 6 чисел складывают.

- а) Может ли в результате получиться 0?  
 б) Может ли в результате получиться 1?  
 в) Каково наименьшее возможное значение полученного результата?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

## Ответы

## Часть 1

Номер задания	Правильный ответ
1	118
2	2
3	121
4	0,994
5	2
6	5
7	1
8	-1
9	6
10	15
11	12
12	-2

## Часть 2

Номер задания	Правильный ответ
13	а) $\pi n; \pm \pi/3 + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-3\pi; -7\pi/3; -2\pi$
14	$5\sqrt{3}/2$
15	$(-\infty; 0] \cup (\log_{11}6; \log_{11}10) \cup (\log_{11}10; 1]$
16	900 тыс.
17	24
18	$(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$
19	а) нет; б) нет; в) 4.

## Вариант № 13

Разбор варианта	<a href="#">Смотреть</a>
Группа <a href="#">Вконтакте</a>	<a href="#">Смотреть</a>
Телеграм канал	<a href="#">Смотреть</a>
Ютуб канал	<a href="#">Смотреть</a>
Видеокурсы по подготовке к ОГЭ ( <a href="#">Вконтакте</a> )	<a href="#">Смотреть</a>
Видеокурсы по подготовке к ОГЭ (Телега)	<a href="#">Смотреть</a>