

Задания пригласительного школьного этапа ВсОШ

по математике

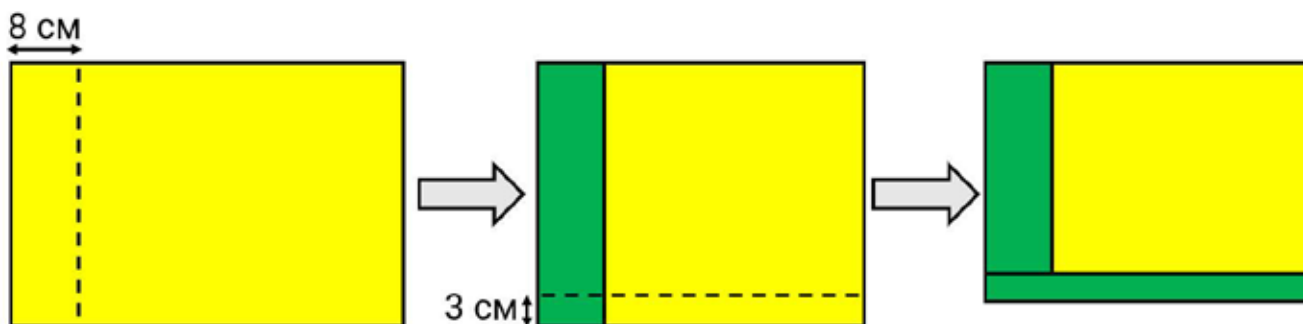
для 6 класса

2026 учебный год

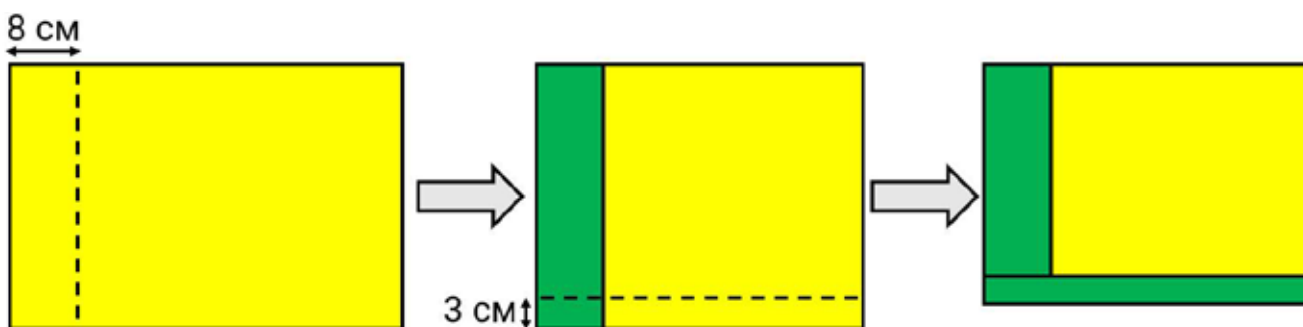
Максимальное количество баллов за задачу — 7

Максимальное количество баллов за работу — 56

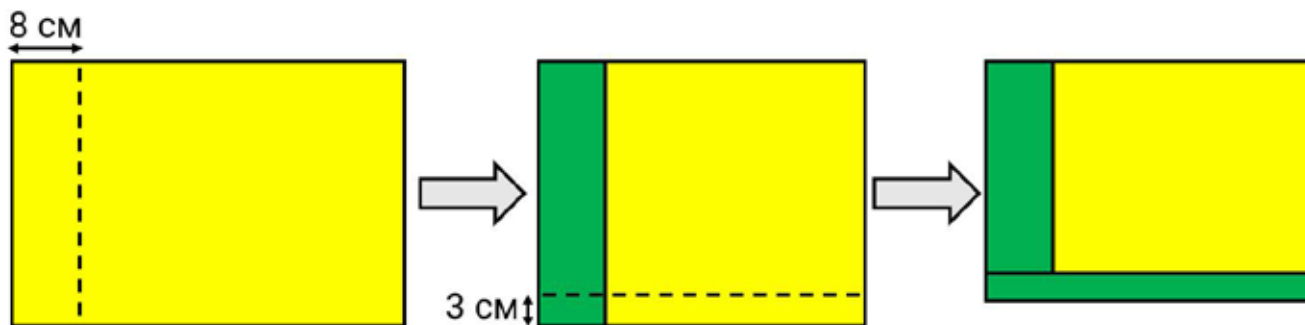
Задание 1. Вариант 1. Имеется двухцветный прямоугольник размером 30×20 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



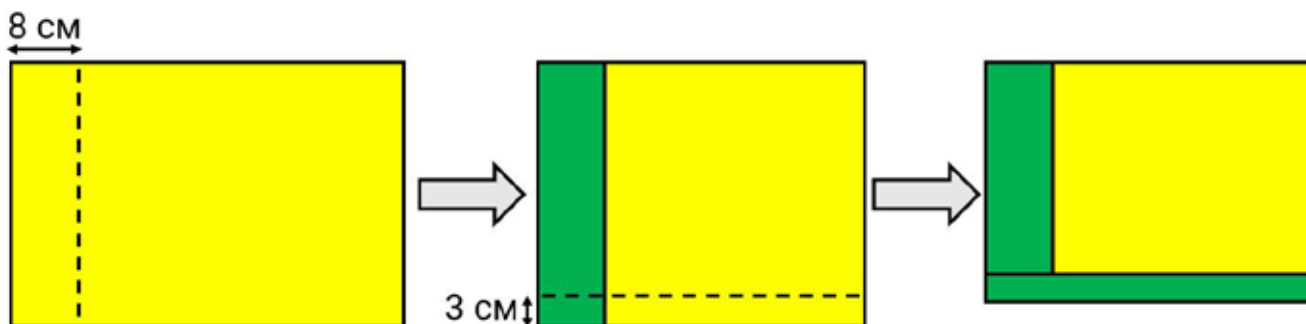
Задание 1. Вариант 2. Имеется двухцветный прямоугольник размером 30×25 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Задание 1. Вариант 3. Имеется двухцветный прямоугольник размером 35×22 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Задание 1. Вариант 4. Имеется двухцветный прямоугольник размером 35×18 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Задание 2. Вариант 1. Доска 8×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
9	10	11	12	13
17	18	19	20	21

Задание 2. Вариант 2. Доска 10×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
11	12	13	14	15
21	22	23	24	25

Задание 2. Вариант 3. Доска 12×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
13	14	15	16	17
25	26	27	28	29

Задание 2. Вариант 4. Доска 14×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
15	16	17	18	19
29	30	31	32	33

Задание 3. Вариант 1.

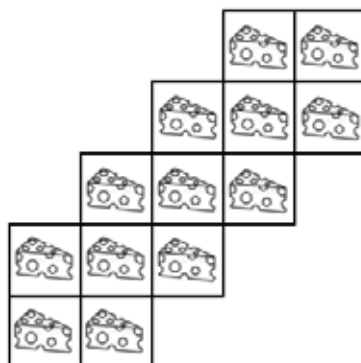
В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 12 очков, попав в красную и синюю мишени. В третьей игре Петя набрал 55 очков, поразив три красные, одну синюю и три чёрных мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

Задание 3. Вариант 2. В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 13 очков, попав в красную и синюю мишени. В третьей игре Петя набрал 56 очков, поразив три красные, одну синюю и три чёрных мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

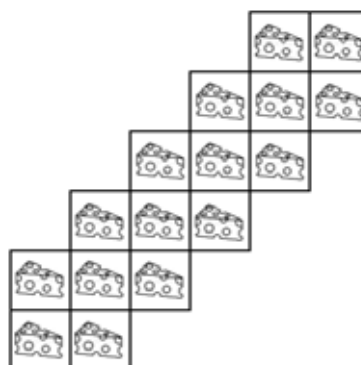
Задание 3. Вариант 3. В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 12 очков, попав в красную и чёрную мишени. В третьей игре Петя набрал 55 очков, поразив три красные, три синие и одну чёрную мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

Задание 3. Вариант 4. В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 13 очков, попав в красную и чёрную мишени. В третьей игре Петя набрал 56 очков, поразив три красные, три синие и одну чёрную мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

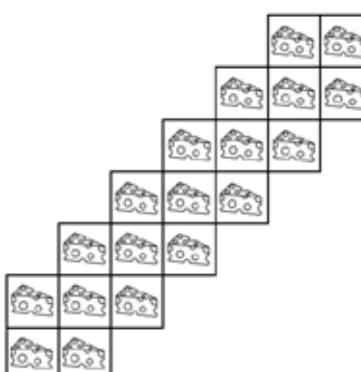
Задание 4. Вариант 1. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?



Задание 4. Вариант 2. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?



Задание 4. Вариант 3. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?



Задание 4. Вариант 4. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?



Задание 5. Вариант 1. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 2, 4, 5, 7, 8.

Задание 5. Вариант 2. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 2, 3, 5, 6, 7

Задание 5. Вариант 3. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 3, 4, 5, 6, 7

Задание 5. Вариант 4. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 3, 4, 5, 7, 8

Задание 6. Вариант 1. Из квадратного листа вырезали 4 одинаковых квадрата, суммарный периметр которых в 4 раза меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Задание 6. Вариант 2. Из квадратного листа вырезали 8 одинаковых квадратов, суммарный периметр которых в 8 раз меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Задание 6. Вариант 3. Из квадратного листа вырезали 4 одинаковых квадрата, суммарный периметр которых в 8 раз меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Задание 6. Вариант 4. Из квадратного листа вырезали 8 одинаковых квадратов, суммарный периметр которых в 4 раза меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Задание 7. Вариант 1. За круглым столом сидят 48 человек — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Задание 7. Вариант 2. За круглым столом сидят 56 человек — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Задание 7. Вариант 3. За круглым столом сидят 64 человека — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Задание 7. Вариант 4. За круглым столом сидят 72 человека — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Задание 8. Вариант 1. Для каких n можно записать числа $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

- $n = 12$
- $n = 13$
- $n = 14$
- $n = 15$
- $n = 16$

Задание 8. Вариант 2. Для каких n можно записать числа $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

- $n = 9$
- $n = 10$
- $n = 11$
- $n = 12$
- $n = 13$

Задание 8. Вариант 3. Для каких n можно записать числа $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

- $n = 15$
- $n = 16$
- $n = 17$
- $n = 18$
- $n = 19$

Задание 8. Вариант 4. Для каких n можно записать числа $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

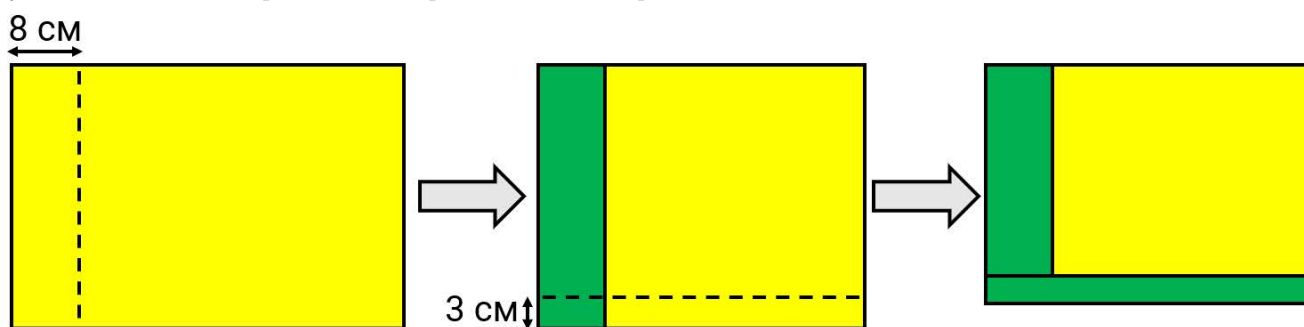
- $n = 18$
- $n = 19$
- $n = 20$
- $n = 21$
- $n = 22$

Разбор заданий пригласительного школьного этапа ВсОШ по математике для 6 класса 2026 учебный год

Максимальное количество баллов за задачу — 7

Максимальное количество баллов за работу — 56

Задание 1. Вариант 1. Имеется двухцветный прямоугольник размером 30×20 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



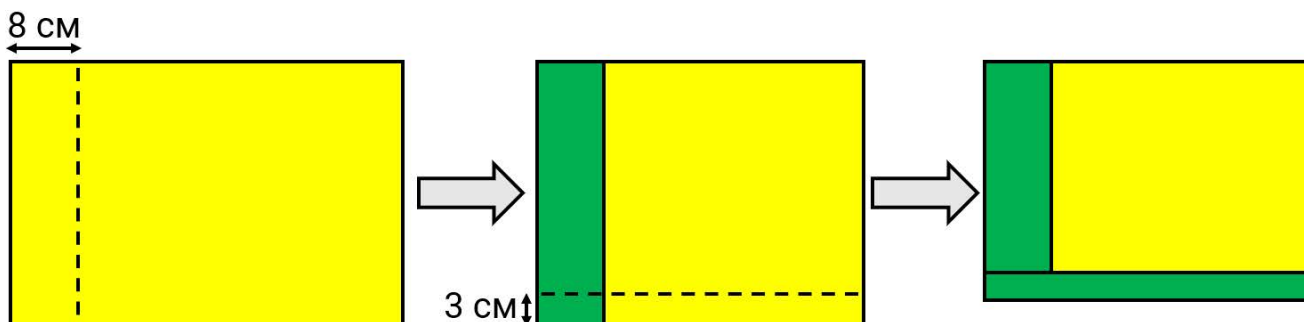
Ответ: 196.

Решение.

Заметим, что длина жёлтой части уменьшится на $8 \cdot 2 = 16$ см, а высота — на $3 \cdot 2 = 6$ см. Тогда, площадь жёлтого прямоугольника будет равна $(30 - 16)(20 - 6) = 196$ квадратным сантиметрам.

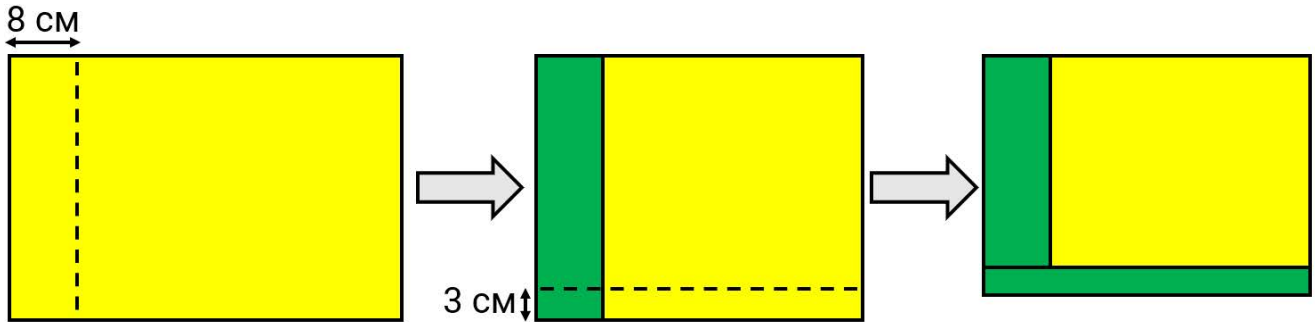
Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Задание 1. Вариант 2. Имеется двухцветный прямоугольник размером 30×25 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



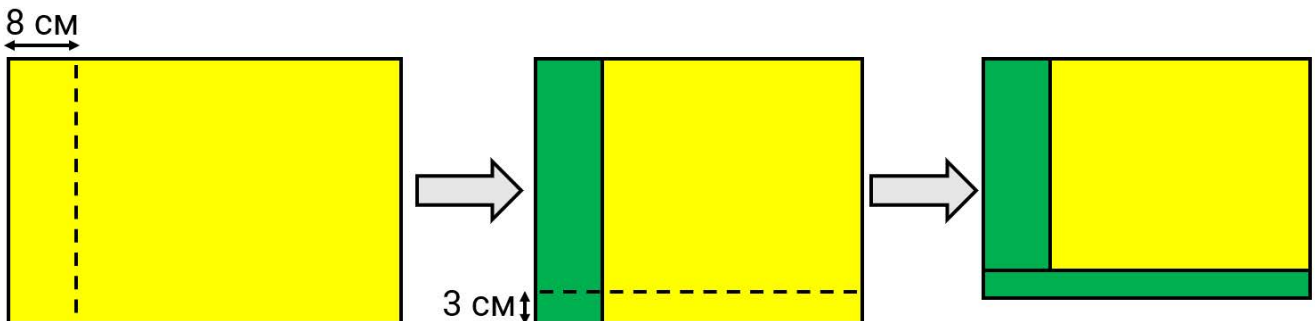
Ответ: 266.

Задание 1. Вариант 3. Имеется двухцветный прямоугольник размером 35×22 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ: 304.

Задание 1. Вариант 4. Имеется двухцветный прямоугольник размером 35×18 см, одна сторона которого жёлтая, а другая зелёная. Его согнули сначала по короткой стороне, отступив 8 см от края, а затем по длинной, отступив 3 см от края. На рисунке пунктирными линиями изображены линии сгиба. Найдите площадь образовавшегося жёлтого прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ: 228.

Задание 2. Вариант 1. Доска 8×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
9	10	11	12	13
17	18	19	20	21

Ответ: 4

Решение.

Пронумеруем строки от 1 до 501 сверху вниз. Рассмотрим строку с нечётным номером. В ней разность сумм чисел на чёрных и белых клетках равна 4. Для строк с чётным номером эта разность равна -4 . Следовательно, в каждой паре соседних строк указанная разность равна нулю.

Разобьём строки, кроме последней, на пары: 1-2, 3-4, ..., 499-500. Разность чисел на чёрных и белых клетках в каждой паре равна нулю. Следовательно, указанная разность для всей таблицы равна такой разности для её последней строки, т. е. строки с номером 501. А для неё разность равна 4.

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов;

Задание 2. Вариант 2. Доска 10×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
11	12	13	14	15
21	22	23	24	25

Ответ: 5

Задание 2. Вариант 3. Доска 12×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
13	14	15	16	17
25	26	27	28	29

Ответ: 6

Задание 2. Вариант 4. Доска 14×501 раскрашена в шахматном порядке. В её клетках расставлены числа, как показано на рисунке. Найдите разность сумм чисел на чёрных и белых клетках.

1	2	3	4	5
15	16	17	18	19
29	30	31	32	33

Ответ: 7

Задание 3. Вариант 1.

В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 12 очков, попав в красную и синюю мишени. В третьей игре Петя набрал 55 очков, поразив три красные, одну синюю и три чёрных мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

Ответ: 2 красные, 3 синие, 1 чёрная

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Решение.

По результатам первой игры понятно, что попадание в красную мишень оценивается в 5 очков. Тогда, рассмотрев результаты второй игры, получим, что попадание в синюю мишень оценивается в 7 очков. Рассмотрим третью игру. Попадание в три чёрные мишени оценивается в $55 - 3 \cdot 5 - 7 = 33$ очка. Тогда попадание в чёрную мишень оценивается в 11 очков.

В четвёртой игре Петя гарантированно набрал $5 + 7 + 11 = 23$ очка за попадания по одному разу в каждую мишень. Тогда за остальные попадания он набрал $42 - 23 = 19$ очков. Эти 19 очков получены не более чем 3 попаданиями, среди которых не более одного попадания в чёрную мишень, так как $5 \cdot 4 > 19$ и $2 \cdot 11 > 19$. Поскольку $19 - 11 = 8$ очков нельзя сложить из 5 и 7, то второго попадания в чёрную мишень не было.

Теперь нетрудно понять, что набрать сумму 19 из чисел 5 и 7 можно единственным способом: $19 = 7 \cdot 2 + 5$. Следовательно, в последней игре было 2 попадания в красную, 3 попадания в синюю и одно попадание в чёрную мишени.

Задание 3. Вариант 2. В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 13 очков, попав в красную и синюю мишени. В третьей игре Петя набрал 56 очков, поразив три красные, одну синюю и три чёрных мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

Ответ: 3 красные, 2 синие, 1 чёрная

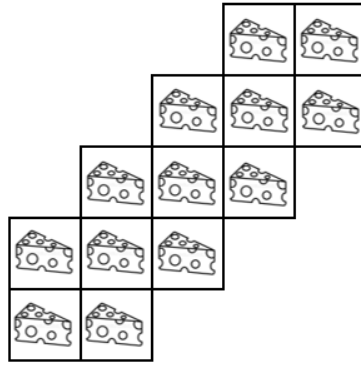
Задание 3. Вариант 3. В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 12 очков, попав в красную и чёрную мишени. В третьей игре Петя набрал 55 очков, поразив три красные, три синие и одну чёрную мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

Ответ: 2 красные, 1 синюю, 3 чёрные

Задание 3. Вариант 4. В стрелковом тире имеются красные, синие и чёрные мишени. За попадание в мишень одного цвета начисляется одинаковое количество очков. Петя участвовал в четырёх играх. В первой игре он попал в две красные мишени и набрал 10 очков. Во второй игре он набрал 13 очков, попав в красную и чёрную мишени. В третьей игре Петя набрал 56 очков, поразив три красные, три синие и одну чёрную мишени. Наконец, в четвёртой игре он набрал 42 очка, поразив при этом хотя бы одну мишень каждого цвета. Сколько мишеней каждого цвета он поразил в последней игре?

Ответ: 3 красные, 1 синяя, 2 чёрные

Задание 4. Вариант 1. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?

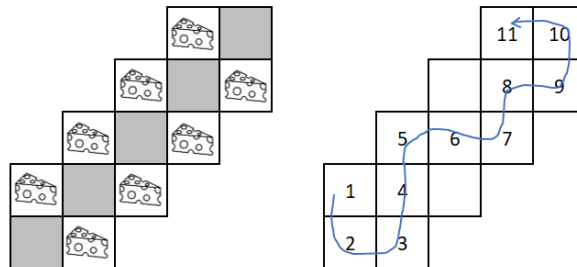


Ответ: 11.

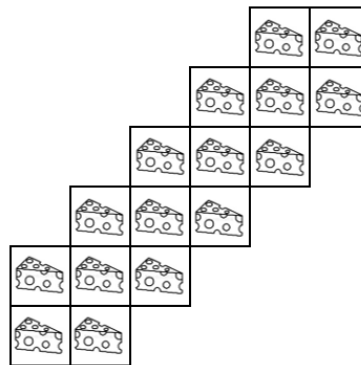
Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов;

Решение.

Раскрасим клетки в шахматном порядке, как указано на рисунке. Заметим, что за каждый ход мышь меняет цвет клетки, поэтому в маршруте мыши чёрные и белые клетки чередуются. Поскольку чёрных клеток 5, белых не более 6, а всего их не более 11. Пример на 11 клеток приведён на рисунке.

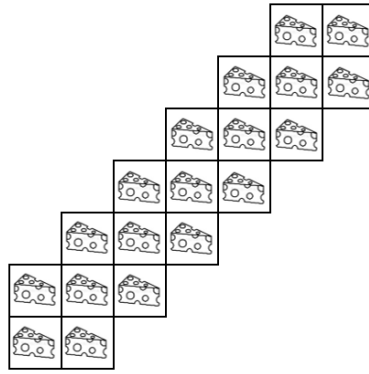


Задание 4. Вариант 2. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?



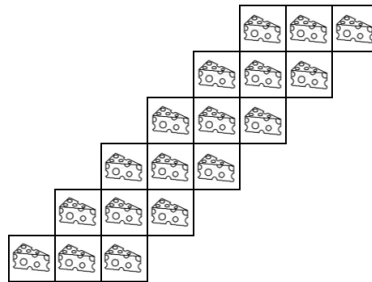
Ответ: 13.

Задание 4. Вариант 3. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?



Ответ: 15.

Задание 4. Вариант 4. В каждом квадрате фигуры, показанной на рисунке, лежит кусочек сыра. Мышь выбирает квадрат, с которого начать, а затем, съев кусочек сыра, переходит к соседнему квадрату (два квадрата считаются соседними, если они имеют общую сторону). Она хочет съесть как можно больше кусочков сыра, но никогда не заходит на тот квадрат, на котором была раньше. Какое наибольшее число кусочков сыра может съесть мышь?



Ответ: 13.

Задание 5. Вариант 1. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 2, 4, 5, 7, 8.

Ответ: 8.

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Решение.

Заметим, что команда A не могла выиграть у B , так как B не проиграла ни одного матча. Кроме того, A не играла ни с кем вничью, следовательно, B выиграла у A .

Тогда получаем, что команда A набрала в турнире не более 9 очков. Команда B набрала 3 очка в игре с A и 3, 5, 7 или 9 в сумме в играх с C, D, E .

Следовательно, в турнире B набрала 6 или 8 очков.

Оба случая реализуются. Примеры приведены на рисунках.

	A	B	C	D	E	Сумма
A		0	3	3	3	9
B	3		1	1	1	6
C	0	1		3	1	5
D	0	1	0		3	4
E	0	1	1	0		2

	A	B	C	D	E	Сумма
A		0	3	3	3	9
B	3		1	1	3	8
C	0	1		3	1	5
D	0	1	0		3	4
E	0	0	1	0		1

Задание 5. Вариант 2. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 2, 3, 5, 6, 7

Ответ: 6.

Задание 5. Вариант 3. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 3, 4, 5, 6, 7

Ответ: 6.

Задание 5. Вариант 4. Команды A, B, C, D и E соревновались в футбольном турнире по следующим правилам:

- победитель матча получает 3 очка, проигравший — ничего;
- в случае ничьей каждая команда получает 1 очко;
- каждая команда играет с каждой ровно один раз.

Чемпионом турнира стала команда A , следующие позиции заняли B, C, D и E соответственно. Также известно, что команда A не сыграла ни одного матча вничью; команда B не проиграла ни одного матча; все команды завершили турнир с разным количеством очков. Какое количество очков могла набрать команда B ? Выберите все подходящие варианты.

Варианты ответа 3, 4, 5, 7, 8

Ответ: 8.

Задание 6. Вариант 1. Из квадратного листа вырезали 4 одинаковых квадрата, суммарный периметр которых в 4 раза меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Ответ: 63

Решение. Пусть x — сторона вырезанного квадрата, тогда его площадь равна x^2 , а периметр — $4x$. Суммарный периметр квадратов равен $16x$, тогда периметр листа равен $64x$. Значит, сторона листа равна $16x$, а площадь — $(16x)^2 = 256x^2$. Площадь части листа с вырезанными квадратами равна $256x^2 - 4x^2 = 252x^2$, а суммарная площадь квадратов равна $4x^2$. Получаем, что площадь части листа в $252/4 = 63$ раза больше суммарной площади вырезанных квадратов.

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Задание 6. Вариант 2. Из квадратного листа вырезали 8 одинаковых квадратов, суммарный периметр которых в 8 раз меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Ответ: 511

Задание 6. Вариант 3. Из квадратного листа вырезали 4 одинаковых квадрата, суммарный периметр которых в 8 раз меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Ответ: 255

Задание 6. Вариант 4. Из квадратного листа вырезали 8 одинаковых квадратов, суммарный периметр которых в 4 раза меньше периметра листа. Во сколько раз площадь оставшейся части листа больше суммарной площади вырезанных квадратов?

Ответ: 127

Задание 7. Вариант 1. За круглым столом сидят 48 человек — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Ответ: 36.

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Решение.

Рассмотрим пару людей, сидящих друг напротив друга. Заметим, что их высказывания сделаны относительно одной и той же четвёрки людей: их соседей. Оба таких высказывания не могут быть ложными одновременно, поэтому в паре сидящих друг напротив друга должен быть хотя бы один рыцарь.

Рассмотрим пару соседей A, B и сидящих напротив них X, Y соответственно. Предположим, что все четверо являются рыцарями. Обозначим за C второго соседа B , за Z — второго соседа Y . Ясно, что C и Z диаметрально противоположны. Поскольку B и Y — пара диаметрально противоположных рыцарей, в четвёрке людей, про которых они говорят (A, C, X, Z) , число рыцарей равно числу лжецов, т. е. ровно два рыцаря. Поскольку A и X рыцари, C и Z лжецы. Это противоречит тому, что лжецы не могут сидеть друг напротив друга. Таким образом, в четвёрке A, B, X, Y не более 3 рыцарей.

Пронумеруем людей числами от 1 до 48 по кругу. Разобьём их на 12 четвёрок: $(1, 2, 25, 26), (3, 4, 27, 28), \dots, (23, 24, 47, 48)$. По утверждению, доказанному выше, в каждой четвёрке не более трёх рыцарей, поэтому всего не более 36 рыцарей.

В качестве примера возьмём людей, среди которых лжецами являются 1, 3, 5, ..., 23, а остальные — рыцари.

Задание 7. Вариант 2. За круглым столом сидят 56 человек — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Ответ: 42.

Задание 7. Вариант 3. За круглым столом сидят 64 человека — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Ответ: 48.

Задание 7. Вариант 4. За круглым столом сидят 72 человека — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них сделал одно заявление. В каждой паре сидящих друг напротив друга один сказал: «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не меньше*, чем лжецов», а другой — «Среди моих соседей и людей, сидящих напротив них, рыцарей *не больше*, чем лжецов». Какое наибольшее число рыцарей может быть среди сидящих за столом?

Ответ: 54.

Задание 8. Вариант 1. Для каких n можно записать числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

$n = 12$

$n = 13$

$n = 14$

$n = 15$

$n = 16$

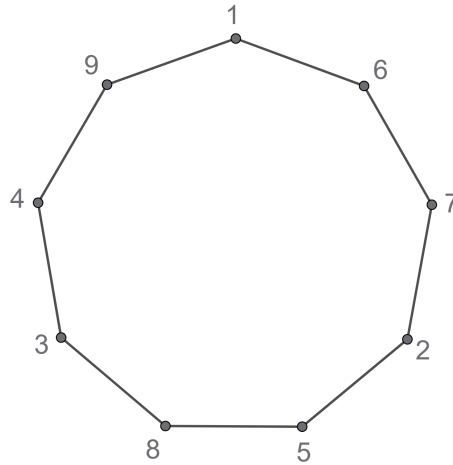
Ответ: 12, 13

Решение.

Заметим, что каждая вершина входит ровно в 3 тройки. Просуммируем все тройки $3 \cdot (1 + 2 + \dots + 9) = 135$.

Пусть сумма во всех тройках не меньше 15. С одной стороны, эта сумма не меньше $9 \cdot 15 = 135$, а с другой стороны, она равна 135. Следовательно, сумма в каждой тройке равна 15. Рассмотрим 4 стоящих подряд числа a, b, c, d . Тогда $a + b + c = b + c + d = 15$. Отсюда следует, что $a = d$. Противоречие доказывает, что есть хотя бы одна тройка с суммой не больше 14. Значит, $n \leq 13$.

Приведём пример для $n \leq 13$. Расставим числа по кругу в указанном на рисунке порядке.



Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

указан верный ответ и 14 — 2 балла

Задание 8. Вариант 2. Для каких n можно записать числа $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

- $n = 9$
- $n = 10$
- $n = 11$
- $n = 12$
- $n = 13$

Ответ: 9, 10

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

указан верный ответ и 11 — 2 балла

Задание 8. Вариант 3. Для каких n можно записать числа $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

- $n = 15$
- $n = 16$
- $n = 17$
- $n = 18$
- $n = 19$

Ответ: 15, 16

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

указан верный ответ и 17 — 2 балла

Задание 8. Вариант 4. Для каких n можно записать числа $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ в вершинах правильного девятиугольника так, чтобы сумма чисел в любых трёх последовательных вершинах была больше n ?

Выберите все подходящие варианты:

- $n = 18$
- $n = 19$
- $n = 20$
- $n = 21$
- $n = 22$

Ответ: 18, 19

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

указан верный ответ и 20 — 2 балла