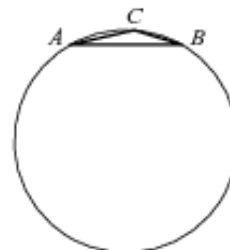


Вариант №30

Часть 1

1

В треугольнике ABC сторона AB равна $4\sqrt{3}$, угол C равен 120° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



Ответ: _____.

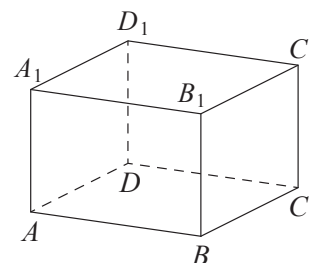
2

Даны векторы $\vec{a}(1,5;3)$ и $\vec{b}(-4;2)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 8$, $BC = 7$, $AA_1 = 6$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1 .



Ответ: _____.

4

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 7 из Греции, 9 из Болгарии, 5 из Румынии и 4 из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Болгарии.

Ответ: _____.

5

В торговом центре два одинаковых автомата продают чай. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится чай, равна $0,3$. Такова же вероятность того, что чай закончится во втором автомате. Вероятность того, что чай закончится в обоих автоматах, равна $0,16$. Найдите вероятность того, что к концу дня чай останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

6

Найдите корень уравнения $\sqrt{53 - 2x} = 5$.

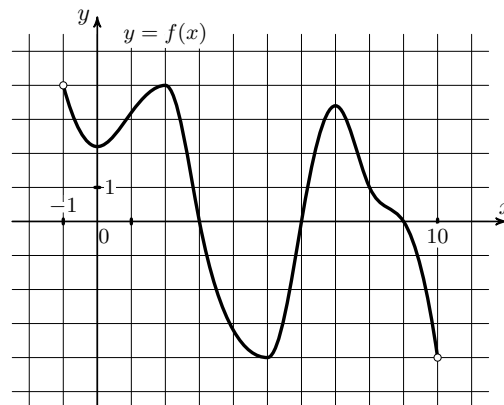
Ответ: _____.

7

Найдите значение выражения $4^{4\sqrt{10}-2} \cdot 4^{4-3\sqrt{10}} : 4^{\sqrt{10}+1}$.

Ответ: _____.





8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 10)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

Ответ: _____.

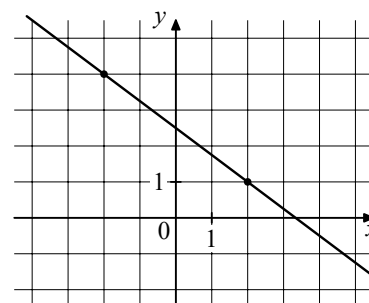
9 Два тела, массой $m = 10$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 6$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m – масса (в кг), v – скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 90 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

10 Расстояние между городами А и В равно 790 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 85 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 450 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -8$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = 10x - \ln(x + 11) + 3$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка O – центр основания пирамиды, точка M – середина ребра SC , точка K делит ребро BC в отношении $BK : KC = 2 : 1$, а $AB = 6$ и $SO = 3\sqrt{7}$.

а) Докажите, что плоскость OMK параллельна прямой SA .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMK пересекает грань SAD .

15 Решите неравенство

$$\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}.$$

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;

– к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году будет равен 860,6 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

17 На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 7 : 12$, $BA_1 : A_1C = 3 : 1$, $AB_1 : B_1C = 3 : 4$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .

а) Докажите, что четырёхугольник ADA_1B_1 – параллелограмм.

б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 21$, $BC = 16$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2ay + a - 3 = 0, \\ x|y| + 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a + b, a - b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50; 9)$ пару, большее число в которой равно 200?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50; 9)$ пару $(408; 370)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(408; 370)$?