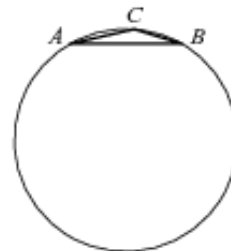


Вариант №29

Часть 1

1

В треугольнике ABC сторона AB равна $2\sqrt{3}$, угол C равен 120° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



Ответ: _____.

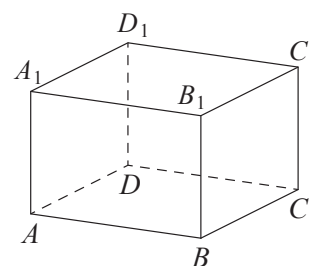
2

Даны векторы $\vec{a}(3; 5; 2)$ и $\vec{b}(-6; 7)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 6$, $BC = 5$, $AA_1 = 4$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, A_1, B_1 .



Ответ: _____.

4

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 4 из Эстонии, 10 из Латвии, 6 из Литвы и 5 из Польши. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Литвы.

Ответ: _____.

5

В аэропорту два одинаковых автомата продают чай. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится чай, равна 0,4. Такова же вероятность того, что чай закончится во втором автомате. Вероятность того, что чай закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня чай останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

6

Найдите корень уравнения $\sqrt{30 - 7x} = 4$.

Ответ: _____.

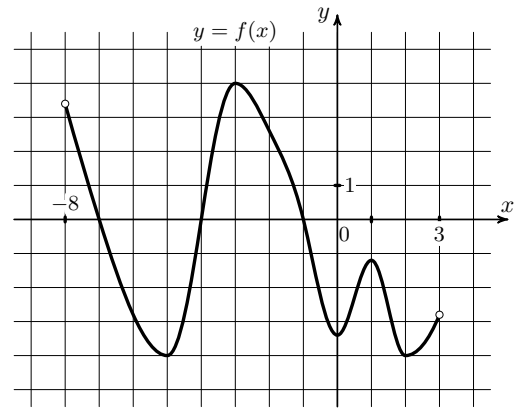
7

Найдите значение выражения $7^{2\sqrt{5}-2} \cdot 7^{2-3\sqrt{5}} : 7^{-\sqrt{5}-1}$.

Ответ: _____.



8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-8; 3)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

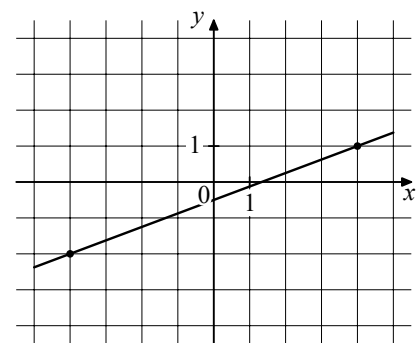
9 Два тела, массой $m = 6$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 9$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m – масса (в кг), v – скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 243 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

10 Расстояние между городами А и В равно 500 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 260 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -6,5$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = 4x - \ln(x + 11) + 12$.

Ответ: _____.

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка O – центр основания пирамиды, точка M – середина ребра SC , точка K делит ребро BC в отношении $BK : KC = 3 : 1$, а $AB = 2$ и $SO = \sqrt{14}$.

а) Докажите, что плоскость OMK параллельна прямой SA .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMK пересекает грань SAD .

15 Решите неравенство

$$\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}.$$

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;

– к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году будет равен 417,6 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

17 На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 21 : 10$, $BA_1 : A_1C = 2 : 3$, $AB_1 : B_1C = 2 : 5$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .

а) Докажите, что четырёхугольник ADA_1B_1 – параллелограмм.

б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 63$, $BC = 25$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + ay + a - 2 = 0, \\ x|y| + x - 2 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a + b, a - b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару, большее число в которой равно 400?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару $(806; 788)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806; 788)$?