Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 | -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

При выполнении работы разрешается использовать линейку.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

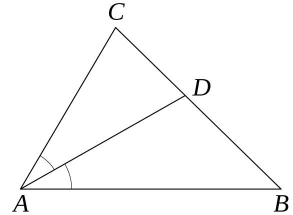
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

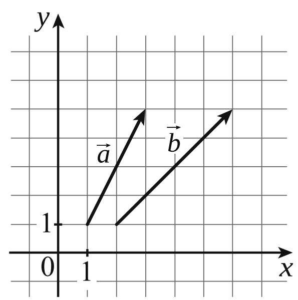
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC угол C равен 54°, AD — биссектриса, угол CAD равен 30°. Найдите величину угла B. Ответ дайте в градусах.



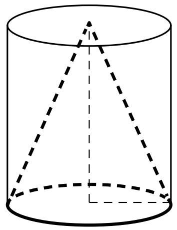
Ответ: ___________________________.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a}+\vec{b}$.



Ответ: ___________________________.

3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 12. Найдите объём цилиндра.



Ответ: ___________________________.

4 На экзамене по геометрии школьник должен ответить на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,12. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: ___________________________.

5 В коробке 4 синих, 3 красных и 9 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: ___________________________.

Открытый вариант

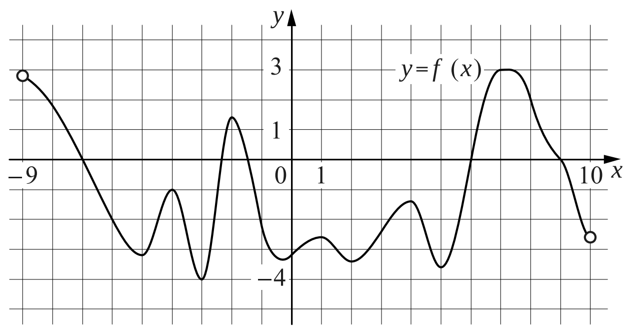
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{76-2x}=8$.

Ответ: ___________________________.

7 Найдите значение выражения $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha=\frac{5\sqrt{26}}{26}$ и $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: ___________________________.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9;10)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6;8]$.



Ответ: ___________________________.

9 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в Вт), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в м^2), а T — температура (в К). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\dfrac{1}{256} \cdot 10^{21}\ \text{м}^2$, а мощность её излучения равна $9{,}12 \cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды. Ответ дайте в кельвинах.

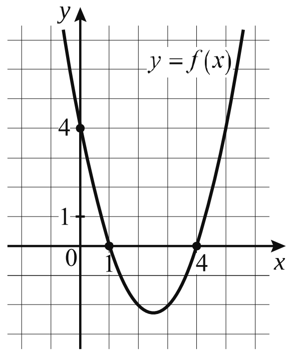
Ответ: ____________________________.

10 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 60 % меди, второй — 10 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 90 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 20 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: ____________________________.

Открытый вариант

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: ____________________________.

12 Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 20x + 48\ln x - 97$.

Ответ: ____________________________.

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos^2 x + \sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[5\pi;\ 6\pi]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 4. Точка K — середина ребра A_1B_1.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью AKC является равнобедренной трапецией.

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости AKC.

15 Решите неравенство $\frac{4}{\log_2 x} - \log_2\left(\frac{4}{x}\right) \leq \frac{38}{\log_2 x^2}$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 6,6 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на r процентов по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 6,6 млн рублей;

— суммы выплат в 2030 и 2031 годах равны.

Найдите r, если известно, что долг будет выплачен полностью и общий размер выплат составит 12,6 млн рублей.

Открытый вариант

17 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N — середины гипотенузы AB и катета BC соответственно, точка K отмечена на катете BC так, что $CK : KB = 1 : 3$.

а) Докажите, что $AN = 2KM$.

б) Пусть P — точка пересечения отрезков AN и KM. Найдите длину отрезка прямой BP, заключённого внутри треугольника ABC, если $AC = 6$, $BC = 8$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2^{|x|+3} + 7\cdot|x| + 1 = 8y + 7x^2 + a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 а) Можно ли представить число 2043 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

б) Можно ли представить число 599 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

в) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы семи различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.