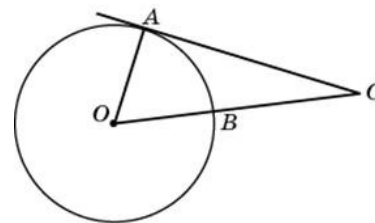


## Вариант №4

## Часть 1

- 1 Угол  $ACO$  равен  $28^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности с центром в точке  $O$ . Сторона  $CO$  пересекает окружность в точке  $B$  (см. рис.). Найдите градусную меру дуги  $AB$  окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

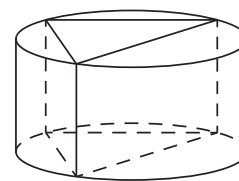


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны 7 и  $6\sqrt{3}$ , а угол между ними равен  $30^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен  $2\sqrt{3}$ , а высота равна 2.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей: 27 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,2 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Решите уравнение  $\sqrt{-56 - 15x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

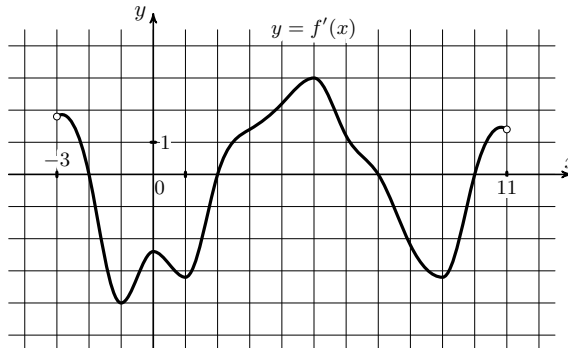
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $64^{\log_8 \sqrt{3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: \_\_\_\_\_.

9

По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС источника (в вольтах),  $r = 2$  Ом — его внутреннее сопротивление,  $R$  — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 10% от силы тока короткого замыкания  $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

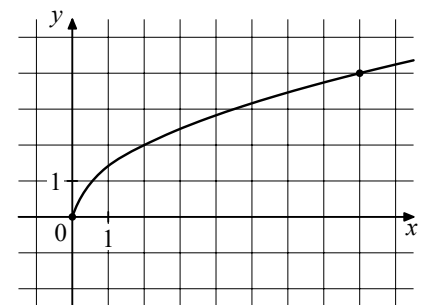
10

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

На рисунке изображён график функции  $f(x) = k\sqrt{x}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 7$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12

Найдите точку минимума функции  $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 28$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$4^{\sin x} + 4^{\sin(x+\pi)} = \frac{5}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14 В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  сторона основания  $AB = 4$ , а боковое ребро  $SA = 7$ . Точка  $M$  лежит на ребре  $BC$ , причем  $BM = 1$ , точка  $K$  лежит на ребре  $SC$ , причем  $SK = 4$ .

- а) Докажите, что плоскость  $MKD$  перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
б) Найдите объем пирамиды  $CDKM$ .

15 Решите неравенство

$$3 \cdot 45^x - 3 \cdot 27^x - 28 \cdot 15^x + 28 \cdot 9^x + 9 \cdot 5^x - 3^{x+2} \leq 0.$$

16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 900 000 рублей на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа с 1 по 12 месяц долг должен уменьшаться на одну и ту же сумму;
- 15-го числа 13 месяца долг должен быть погашен.

Сколько тысяч рублей составляет долг на 15 число 12 месяца, если всего было выплачено 1134 тысяч рублей?

17 На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  соответственно, причём  $AC_1 : C_1B = 8 : 3$ ,  $BA_1 : A_1C = 1 : 2$ ,  $CB_1 : B_1A = 3 : 1$ . Отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $D$ .

- а) Докажите, что  $ADA_1B_1$  – параллелограмм.  
б) Найдите  $CD$ , если отрезки  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны,  $AC = 28$ ,  $BC = 18$ .

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 - 4x^2 + 8|x| - 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 4.

- а) Может ли их сумма составлять 282?  
б) Может ли их сумма составлять 390?  
в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2226?