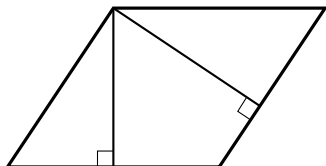


Тренировочная работа № 16

Часть № 1

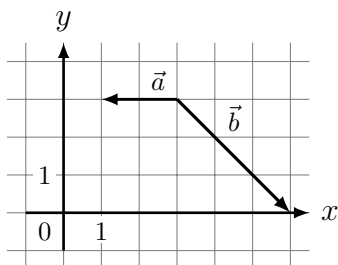
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Площадь параллелограмма равна 40, две его стороны равны 5 и 10. Найдите большую высоту этого параллелограмма.



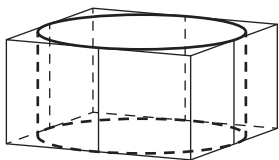
Ответ _____

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ _____

- 3 Цилиндр вписан в правильную четырёхугольную призму. Радиус основания и высота цилиндра равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



Ответ _____

- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1.

Ответ _____

- 5 Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени»?

Ответ _____

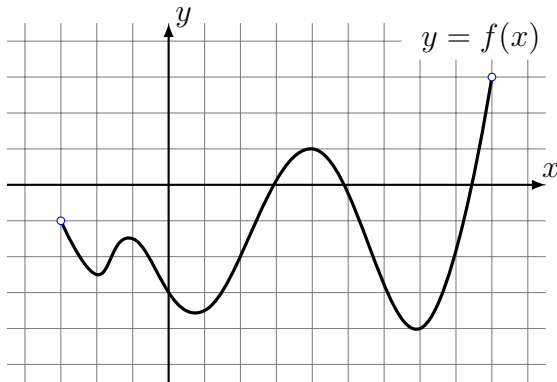
- 6 Найдите корень уравнения $x^2 + 17x + 72 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Ответ _____

- 7 Найдите значение выражения $\frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1}b^{-4}}$.

Ответ _____

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 9)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ _____

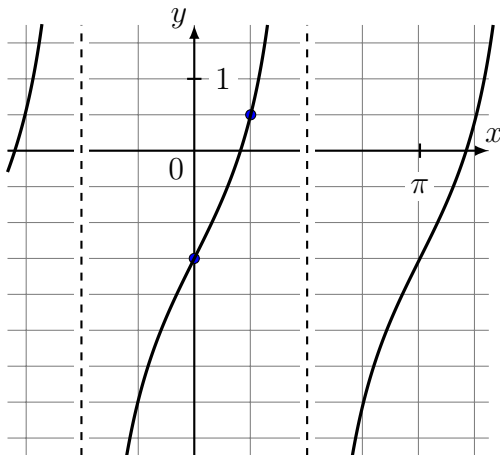
- 9 Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω — частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 360c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ дайте в c^{-1} .

Ответ _____

- 10 Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Ответ _____

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a \operatorname{tg} x + b$. Найдите a .



Ответ _____

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{10-x}$ на отрезке $[5; 11]$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + \cos^2 \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) = 0,25$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2} \right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ боковое ребро SA равно $\sqrt{5}$, а высота SH пирамиды равна $\sqrt{3}$. Точки M и N — середины рёбер CD и AB соответственно, а NT — высота пирамиды с вершиной N и основанием SCD .

а) Докажите, что точка T является серединой SM .

б) Найдите расстояние между NT и SC .

15 Решите неравенство $\frac{4^{x^2+x-4} - 0,5^{2x^2-2x-1}}{0,2 \cdot 5^x - 1} \leq 0$.

16 В июле 2025 года планируется взять кредит на 300 тыс. руб. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно r , если общая сумма выплат составит 435 тысяч рублей?

17 Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая OB вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $\angle POC = \angle PCO$.

б) Найдите площадь треугольника APC , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 4, а $\angle ABC = 120^\circ$.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 + 4x - a}{15x^2 - 8ax + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19 а) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 33?

б) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 26?

в) Какое наименьшее значение принимает дискриминант D квадратного трехчлена $x^2 + (5m + n)x + (8n + m)$, если известно, что числа m, n и D — натуральные?