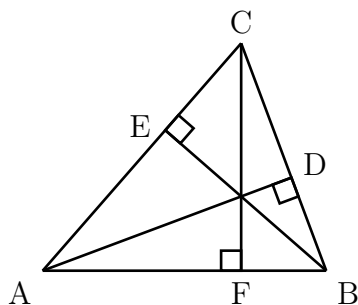


Тренировочная работа № 14

Часть № 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 82° . AD , BE и CF — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOF . Ответ дайте в градусах.

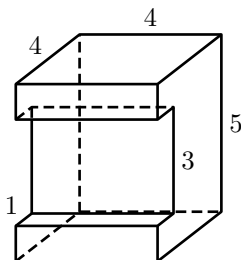


Ответ _____

- 2 Даны векторы $\vec{a}(3; 4)$ и $\vec{b}(-4; -3)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ _____

- 4 Вероятность того, что новый блендер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,096. В некотором городе из 1000 проданных блендеров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 102 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Ответ _____

- 5 При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ _____

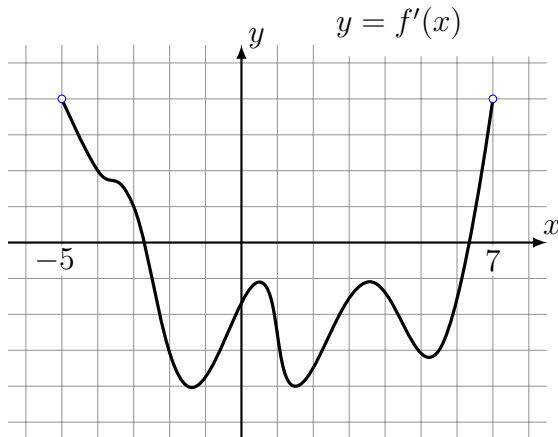
- 6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.

Ответ _____

- 7 Найдите значение выражения $q(b-2) - q(b+2)$, если $q(b) = 3b$.

Ответ _____

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ _____

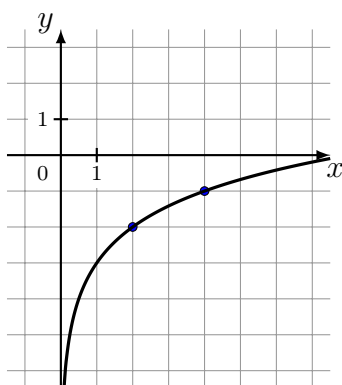
- 9 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 150$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $v = 15$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 160 Гц?

Ответ _____

- 10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ _____

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(32)$.



Ответ _____

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = x + \frac{9}{x}$ на отрезке $[-4; -1]$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sin x + 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$.
- 14 В правильном тетраэдре $ABCD$ точки K и M — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой AD .
а) Докажите, что сечение тетраэдра плоскостью α — квадрат.
б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если $AB = 2\sqrt{3}$.
- 15 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(18 - 9x) < \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 2)$.
- 16 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1200 тысяч рублей на $(n + 1)$ месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа n -го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
— к 15-му числу $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1288 тысяч рублей.
- 17 Окружность с центром O , построенная на катете AC прямоугольного треугольника ABC как на диаметре, пересекает гипотенузу AB в точках A и D . Касательная проведенная к этой окружности в точке D , пересекает катет BC в точке M .
а) Докажите, что $BM = CM$.
б) Прямая DM пересекает прямую AC в точке P , прямая OM пересекает прямую BP в точке K . Найдите $BK : KP$, если $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$.
- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
- $$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (4a - 6)x + 4ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$
- имеет ровно четыре различных решения.
- 19 На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 30$. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.
а) Приведите пример последовательных 5 ходов.
б) Можно ли сделать 10 ходов?
в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?