

**Тренировочный единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Вариант 21135**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

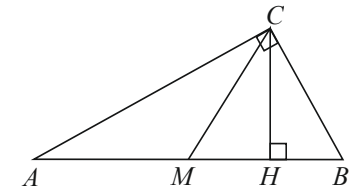
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**1** Острый угол  $B$  прямоугольного треугольнике  $ACB$  равен  $65^\circ$ . Найдите величину угла между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.

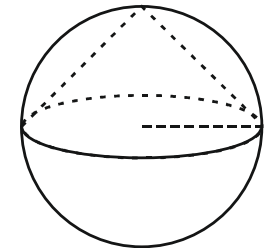


Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Даны векторы  $\vec{a}(5; 4)$  и  $\vec{b}(8; -9)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $9\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** На конференцию приехали учёные из трёх стран: 3 из Дании, 4 из Венгрии и 3 из Болгарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад учёного из Болгарии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что её масса окажется меньше 810 г, равна 0,95. Вероятность того, что масса буханки окажется больше 790, равна 0,84. Найдите вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

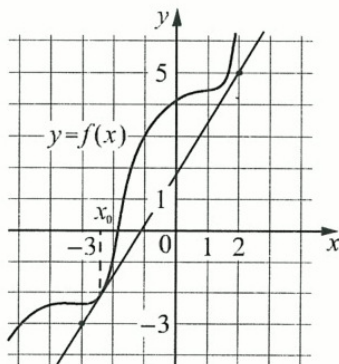
6 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = 81\%$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 32}{\log_7 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

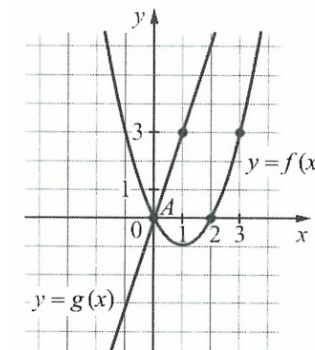
9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  (в км/ч<sup>2</sup>). Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 км, развить скорость 70 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 От пристани А к пристани В, расстояние между которыми 323 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним со скоростью на 2 км/ч больше отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках А и В. Найдите значение абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = x^3 + 27x^2 + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  

$$2 + 2 \cos(\pi - 2x) + \sqrt{8} \sin x = \sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x.$$
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .
- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  через ребро  $AB$  провели плоскость  $\alpha$ , образующую сечение  $ABMN$ , где точки  $M$  и  $N$  – точки пересечения плоскости  $\alpha$  с боковыми рёбрами  $SC$  и  $SD$  соответственно. Известно, что  $AB = BM = AN = 5MN$ .
- а) Докажите, что точки  $M$  и  $N$  делят рёбра  $SC$  и  $SD$  в отношении 1:4, считая от вершины  $S$ .
- б) Найдите косинус угла между плоскостью основания  $ABCD$  и плоскостью  $\alpha$ .
- 15 Решите неравенство  $\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$ .
- 16 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму  $A$  млн рублей на 24 месяца. Условия возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - Со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
  - К 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.
- Чему равно  $A$ , если общая сумма платежей в 2028 году составит 17925 тыс. рублей.
- 17 В треугольнике  $ABC$  угол  $ACB$  равен  $30^\circ$ , отрезки  $АН$  и  $АМ$  – высота и медиана соответственно, причём точка  $Н$  лежит на отрезке  $ВМ$ . Отрезок  $МQ$  – высота треугольника  $АМС$ , а прямые  $АН$  и  $МQ$  пересекаются в точке  $F$ . Известно, что луч  $АМ$  – биссектриса угла  $САН$ .
- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  прямоугольный.
- б) Найдите площадь треугольника  $СМF$ , если  $AB = 8$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  

$$(4x - 3|x + a^2| + |x - 1| + 3a^2)^2 - (a + 1)(4x - 3|x + a^2| + |x - 1| + 3a^2) + 4 = 0$$
имеет ровно два различных корня.
- 19 На доске написано 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых. Оказалось, что среднее арифметическое любых четырёх или пяти чисел из записанных является целым числом.
- а) Могут ли среди записанных на доске чисел одновременно быть числа 403 и 2013?
- б) Может ли одно из записанных на доске чисел быть квадратом натурального числа, если среди записанных на доске чисел есть число 403?
- в) Известно, что среди записанных на доске чисел есть число 1 и квадрат натурального числа  $n$ , большего 1. Найдите наименьшее возможное значение  $n$ .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.