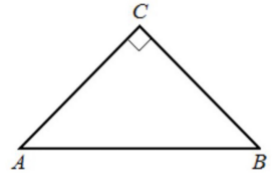


## Вариант №24

## Часть 1

- 1 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $AC = \sqrt{84}$ .  
Найдите  $\sin A$ .

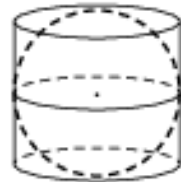


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Даны векторы  $\vec{a}(17; 3)$ ,  $\vec{b}(-14; -5)$  и  $\vec{c}(-3; -8)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 111. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,04. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: \_\_\_\_\_.

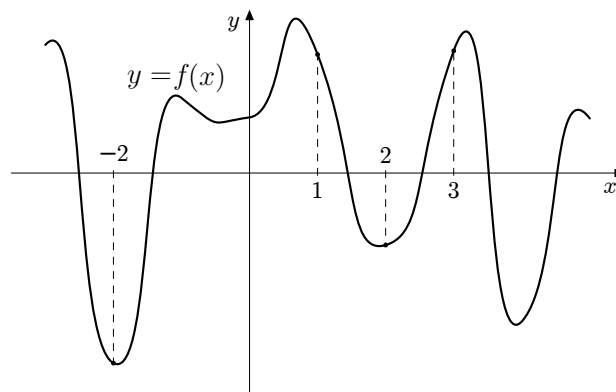
- 6 Найдите корень уравнения  $\log_4(6 - x) = 3 \log_4 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{3^{7,5} \cdot 4^{6,5}}{12^{5,5}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-2, 1, 2, 3$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

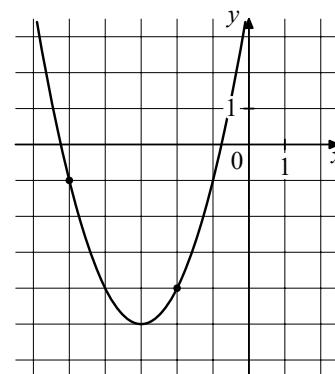
9 К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 50 В? Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 15 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 34 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 46 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + 4$ . Найдите  $f(-8)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 3x - \ln(x + 3)^3$  на отрезке  $[-2, 5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\cos^2(\pi - x) - \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14 В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  известно, что  $AB = 4$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через вершины  $A_1$  и  $B$  и середину  $M$  ребра  $CC_1$ .

а) Докажите, что сечение призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $\alpha$  является равнобедренным треугольником.

б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения плоскостью  $\alpha$  равна 18.

15 Решите неравенство

$$3^x - 8 - \frac{2 \cdot 3^x \cdot 3 - 19}{9^x - 5 \cdot 3^x + 6} \leq \frac{1}{3^x - 3}.$$

16 15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1 100 тысяч рублей на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг будет возрастать на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца ( $r$  – целое число);
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца долг должен быть равен 500 тысяч рублей;
- к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет составлять 1 228 тысяч рублей.

17 Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $BD$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $CD$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  – биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали трапеции:  $AC = 15$  и  $BD = 8,5$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x - 3} \cdot \ln(x^2 - 6x + 10 - a^2) = 0$$

имеет на отрезке  $[0; 3]$  ровно один корень.

19 Есть три коробки: в первой коробке 64 камня, во второй – 77, а в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 64 камня, во второй – 59, а в третьей – 18?

б) Мог ли в третьей коробке оказаться 141 камень?

в) В первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?